Razvojna vrednotenja Predloge k predavanjem

Nagode Marko

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za Strojništvo Aškerčeva 6, SI-1000 Ljubljana, Slovenija

30. julij 2012

Poglavje 1 Uvod

Razlogi, ki lahko privedejo do okvare

- napačna konstrukcija,
- napake v proizvodnji,
- napačna uporaba,
- človeška napaka,
- neprimerno vzdrževanje,
- neprimerna kontrola kakovosti,
- obremenitve iz okolja ipd.

Posledice okvar so lahko

- tako neznatne, da jih uporabnik niti ne opazi,
- lahko pa privedejo do katastrofalnih posledic za človeka in okolje.

Pri vrednotenju na varnost sklepamo, da bo izdelek obratoval varno, če bo

$$\frac{Y_{\min}}{X_{\max}} \geq \mathrm{SF}$$

Sodoben razvojni proces poleg vrednotenj na

- funkcionalnost,
- $\bullet\,$ varnost,
- stroške življenjskega cikla,



Slika 1.1: Krožna kabinska žičnica.

- ekološko vrednost,
- tehnologičnost,
- estetsko vrednost,
- uporabno vrednost,
- ergonomičnost,
- primernost za reciklažo, itd.

obsega še vrednotenja na

- zanesljivost,
- vzdrževalnost,
- suportabilnost,
- razpoložljivost,
- $\bullet\,$ efektivnost in
- vrednost izdelka.

1.1 Koncept, osnovni pojmi in definicije

Končni cilj vsakega izdelka je kakovostno opravljanje zahtevanih funkcij v okviru dopustnih odstopanj določen čas pri določenih pogojih uporabe, pogojih okolja in pogojih vzdrževanja, ob sprejemljivih stroških in s čim manjšim obremenjevanjem okolja. Funkcijo je mogoče opisati z izhodnimi karakteristikami izdelka (kakovost prenosa sporočila v komunikacijskih sistemih, nosilnost transportne naprave ali zanesljivost zavore), kakovost izdelka pa določajo zanesljivost, vzdrževalnost, suportabilnost, razpoložljivost, efektivnost in vrednost.

Zanesljivost je verjetnost, da bo izdelek določen čas pri določenih pogojih uporabe in pogojih okolja opravljal zahtevane funkcije v okviru dopustnih odstopanj. Pred napovedjo zanesljivosti je potrebno jasno definirati okvare, jih povezati s funkcijami izdelka in izbrati enoto časa. Izbrani časovni interval je lahko opredeljen s koledarskim časom, v letih, urah ali s številom ciklov. Cikel je lahko obrat motorja, obremenitveni cikel ali blok časovne zgodovine obremenitve. Pogoji uporabe in pogoji okolja, v katerih izdelek obratuje, morajo ustrezati projektnim zahtevam.

Vzdrževalnost je verjetnost, da bo izdelek, ki se nahaja v stanju nedelovanja, po določenem času in pod določenimi pogoji vzdrževanja mogoče vrniti v stanje delovanja. Vzdrževalnost je običajno funkcija časa in je odvisna od časa popravila. Zakasnitev logistične podpore in zakasnitev vzdrževanja v času popravila nista zajeta in ju praviloma obravnavamo ločeno.



Slika 1.2: Elementi efektivnosti izdelka.

Suportabilnost je definirana kot stopnja, do katere karakteristike izdelka in načrtovani podporni resursi vključno z osebjem dosegajo projektne zahteve. Suportabilnost je funkcija časa in je odvisna od zakasnitve logistične podpore in zakasnitve vzdrževanja. Zanesljivost, vzdrževalnost in suportabilnost se na višjem nivoju povezujejo v razpoložljivost. **Razpoložljivost** je verjetnost, da bo izdelek v določenem trenutku ali določenem časovnem intervalu, pri določenih pogojih uporabe, pogojih okolja in pogojih vzdrževanja v stanju delovanja. Razpoložljivost je vedno večja ali enaka zanesljivosti, uporabljamo



Slika 1.3: Elementi vrednosti izdelka.

pa jo za izdelke, ki jih popravljamo. Ce izdelka ne popravljamo, je razpoložljivost enaka zanesljivosti.

V najširšem smislu določata kakovost izdelka njegovi efektivnost in vrednost. Efektivnost je verjetnost, da bo izdelek pri določenih pogojih uporabe, pogojih okolja in pogojih vzdrževanja glede na pripravljenost za obratovanje, razpoložljivost in zmogljivost dosegal projektne zahteve. Pripravljenost za obratovanje ustreza vektorju stanj ob prvem vstopu v delovanje, zmogljivost pa podaja verjetnost, da bo izdelek glede na stanje, v katerem se nahaja, izpolnil zahtevane funkcije. Razčlenitev efektivnosti prikazuje Slika 1.2.

Vrednost izdelka povezuje efektivnost, stroške življenjskega cikla, terminske plane in osebje (Slika 1.3). Dosedanje analize so pokazale, da je stroške življenjskaga cikla mogoče znižati, če posvetimo dovolj veliko pozornost zanesljivosti, vzdrževalnosti in suportabilnosti že v zgodnjih fazah življenjskega cikla izdelka. Če želimo povečati vrednost, moramo dvigniti efektivnost ob minimalnih stroških, v čim krajšem času in s čim manj osebja.

1.2 Atributi izdelka

performanse	efektivnost	vrednost
obratovalne	zanesljivost	- efektivnost
- doseg	- izbor materialov in delov	 zaključni stroški
- hitrost	- podobremenitev	- obratovalni in
- razred natančnosti	- analiza obremenitev in	podporni stroški
 občutljivost 	zdržljivosti	- preostala vrednost
 koristen tovor 	- kompleksnost in tehnologija	- terminski plani
 izhodna moč 	- redundanca	- osebje
- enostavna uporaba	vzdrževalnost	
fizične	 izolacija okvar in diagnostika 	
- volumen in gostota	- standardizacija in izmenljivost	
- masa	delov	
- oblika	- modularnost in dostopnost	
funkcionalne	 popravilo ali zamenjava 	
- varnost	 proaktivno vzdrževanje 	
 stopnja izpolnitve 	suportabilnost	
funkcije	- število redundantnih komponent	
	- število rezervnih delov	
	 število vzdrževalnih kanalov 	
	razpoložljivost	





Slika 1.4: Razčlenitev stroškov po fazah življenjskega cikla izdelka.

1.3 Osnovne časovne delitve



Slika 1.5: Časovna slika stanj izdelka.

Čas delovanja lahko vključuje

- obratovalni čas,
- prosti čas in čas v stanju pripravljenosti.

Obratovalni čas je čas, v katerem izdelek opravlja zahtevane funkcije v okviru dopustnih odstopanj. V prostem času ni potrebe po obratovanju, v času pripravljenosti pa izdelek izvaja le omejeno število funkcij oziroma ne obratuje. Prosti čas in čas v stanju pripravljenosti se razlikujeta predvsem v hitrosti prehoda izdelka v stanje obratovanja. Čas nedelovanja se deli na

- zakasnitev logistične podpore,
- zakasnitev vzdrževanja in
- čas popravila.

1.4 Efektivnost in stroški



Slika 1.6: Efektivnost in stroški proizvajalca.



Slika 1.7: Efektivnost in stroški uporabnika.

Poglavje 2

Osnovni modeli zanesljivosti

Razlikujemo štiri karakteristične funkcije, s katerimi popišemo zanesljivost izdelka

- funkcijo zanesljivosti,
- kumulativno funkcijo okvar,
- gostoto porazdelitve verjetnosti okvar in
- intenzivnost okvar.

Z naštetimi funkcijami lahko izračunamo še

- srednji čas do okvar,
- varianco okvar ter
- mediano in mod gostote porazdelitve verjetnosti okvar.

2.1 Porazdelitvena funkcija okvar

ZanesljivostR(t) je verjetnost, da bo čas do okvar
e $T\geq 0$

$$R(t) = \Pr\{T \ge t\} = \int_{t}^{\infty} f(t)dt$$
(2.1)

Kumulativna funkcija okvar F(t) je verjetnost, da bo okvara nastopila pred t

$$F(t) = \Pr\{T < t\} = 1 - R(t) = \int_0^t f(t)dt$$
(2.2)

Gostota porazdelitve verjetnosti okvar je definirana kot

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$$
(2.3)



Slika 2.1: Funkcija zanesljivosti in kumulativna funkcija okvar.



Slika 2.2: Gostota porazdelitve verjetnosti okvar.

2.2 Srednji čas do okvar

Pričakovani ali srednji čas do okvar MTTF je definiran kot

$$MTTF = E[T] = \int_0^\infty tf(t)dt$$
(2.4)

Pokazati je mogoče, da je

$$MTTF = \int_0^\infty R(t)dt$$
 (2.5)

Medialni čas okvar $t_{\rm med}$

$$R(t_{\rm med}) = \Pr\{T \ge t_{\rm med}\} = 0.5$$

Mod gostote porazdelitve verjetnosti okvar $t_{\rm mod}$

$$f(t_{\rm mod}) = \max_{0 \le t < \infty} f(t)$$

Varianca okvar

$$\sigma^2 = E[(T - \text{MTTF})^2] = \int_0^\infty (t - \text{MTTF})^2 f(t) dt \qquad (2.6)$$



Slika 2.3: Primerjava med srednjim časom do okvar, mediano in modom.

2.3 Intenzivnost okvar

Intenzivnost okvar $\lambda(t)$ odraža trenutno okvarljivost pri pogoju, da je izdelek do trenutka tv stanju delovanja.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \tag{2.7}$$

Zanesljivost kot funkcija intenzivnosti okvar

$$R(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda(t)dt\right\}$$
(2.8)

Kumulativna intenzivnost okvar

$$L(t) = \int_0^t \lambda(t) dt \tag{2.9}$$

Povprečna intenzivnost okvar v intervalu $t_1 \leq T \leq t_2$

$$AFR(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt$$
(2.10)

2.4 Diagram banje



Slika 2.4: Diagram banje.

vrsta			
okvare	model	vzrok okvare	preprečevanje
otroške okvare	DFR	okvare zaradi izdelave izdelki v stanju nedelovanja neprimerna kontrola kakovosti umazanija nestrokovnost	testiranje na utekanje monitoring kontrola kakovosti test sprejemljivosti
naključne okvare	e CFR	obratovalni pogoji pogoji okolja človeška napaka naključni dogodki	redundanca varnostni faktor
starostne okvare	IFR	utrujenost materiala korozija staranje obraba	podobremenitev preventivno vzdrževanje zamenjava tehnologija

Tabela 2.1: Vrste, vzroki in preprečevanje okvar.

2.5 Pogojna zanesljivost

Pogojna zanesljivost je verjetnost, da bo izdelek v stanju delovanja do trenutka t pri pogoju, da je bil v stanju delovanja v času utekanja oziroma garancijske dobe T_0 .

$$R(t|T_0) = \frac{R(t+T_0)}{R(T_0)}$$
(2.11)

Srednji čas do okvar z upoštevanjem čas
a $T_{\rm 0}$

$$MTTF(T_0) = \frac{1}{R(T_0)} \int_{T_0}^{\infty} R(t) dt$$
 (2.12)

2.6 Modeli zanesljivosti

2.7 Eksponentna porazdelitev



Slika 2.5: Eksponentna gostota porazdelitve verjetnosti okvar.

Zanesljivost

$$R(t) = \exp\left\{-\lambda \int_0^t dt\right\} = e^{-\lambda t}$$
(2.13)

Kumulativna funkcija okvar

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$
 (2.14)

Eksponentna gostota porazdelitve verjetnosti okvar

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}$$
(2.15)

Srednji čas do okvar

$$MTTF = \frac{1}{\lambda}$$
(2.16)

Varianca okvar

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2} \tag{2.17}$$

Verjetnost, da bo izdelek v stanju delovanja do MTTF

$$R(MTTF) = e^{-MTTF/MTTF} = e^{-1} = 0.367879$$

CFR model je brez spomina.

2.8 Weibullova porazdelitev



Slika 2.6: Weibullova gostota porazdelitve verjetnosti okvar za $\theta=2.0.$

Intenzivnosti okvar

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} \quad \text{za } \theta > 0, \, \beta > 0 \text{ in } t \ge 0$$

Zanesljivost

$$R(t) = \exp\left\{-\int_0^t \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} dt\right\} = e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$$
(2.18)

Gostota porazdelitve verjetnosti okvar

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta} \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$$
(2.19)

Srednji čas do okvar

$$MTTF = \theta \Gamma[1 + 1/\beta]$$
(2.20)

Varianca okvar

$$\sigma^2 = \theta^2 (\Gamma[1 + 2/\beta] - \Gamma^2[1 + 1/\beta])$$
(2.21)

2.9 Normalna porazdelitev



Slika 2.7: Normalna gostota porazdelitve verjetnosti okvar za $\mu=2.0.$

Normalna gostota porazdelitve verjetnosti okvar

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$
(2.22)

Funkcija zanesljivosti

$$R(t) = 1 - \Phi((t - \mu)/\sigma)$$
(2.23)

Srednji čas do okvar

$$MTTF = \mu \tag{2.24}$$

2.10 Lognormalna porazdelitev



Slika 2.8: Lognormalna gostota porazdelitve verjetnosti okvar za $t_{\rm med}=2.0.$

Lognormalna gostota porazdelitve verjetnosti okvar

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}ts} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\ln(t/t_{\rm med}))^2}{s^2}\right\}$$
(2.25)

Zanesljivost izrazimo z Laplaceovo funkcijo

$$R(t) = 1 - \Phi((\ln t - \ln t_{\rm med})/s)$$
(2.26)

Srednji čas do okvar

$$MTTF = t_{med} \exp(s^2/2)$$
(2.27)

Varianca okvar

$$\sigma^2 = t_{\rm med}^2 \exp s^2 (\exp s^2 - 1) \tag{2.28}$$

Poglavje 3

Zanesljivost sestavljenih izdelkov



Slika 3.1: Blokovni diagram sestavljenega izdelka.

3.1 Zaporedne in paralelne vezave



Slika 3.2: Zaporedna vezava n komponent (a) in paralelna vezava n komponent (b). Zanesljivost n zaporedno vezanih komponent

$$R_{\rm s}(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$$
(3.1)

Zanesljivost izdelka, sestavljenega i
z \boldsymbol{n} statistično neodvisnih in paralelno vezanih komponent

$$R_{\rm s}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i(t))$$
(3.2)

n	zaporedna vezava	paralelna vezava
1	9.000000E-01	9.000000E-01
2	8.100000E-01	9.900000E-01
3	7.290000E-01	9.990000E-01
4	6.561000E-01	9.999000E-01
5	5.904900E-01	9.999900E-01
6	5.314410E-01	9.999990E-01
7	4.782969E-01	9.999999E-01
8	4.304672E-01	1.000000E+00
9	3.874205E-01	1.000000E+00
10	3.486784E-01	1.000000E+00

Tabela 3.1: Vpliv števila komponentn, zanesljivostiR=0.9na zanesljivost zaporedne in paralelne vezave.

3.2 Paralelne vezave k od n

Pogoj za delovanje izdelka je sočasno delovanje vsaj k od n komponent. Verjetnost, da bo vsaj k od skupno n enakih, statistično neodvisnih, paralelno vezanih komponent delovalo, je

$$R_{\rm s}(t) = \sum_{i=k}^{n} \binom{n}{i} R(t)^{i} (1 - R(t))^{n-i}$$
(3.3)

3.3 Kombinirane vezave



Slika 3.3: Kombinirana vezava.

3.4 Kompleksne vezave

Blokovne diagrame, ki jih ni mogoče razčleniti na zaporedne in paralelne rešujemo po metodi

- dekompozicije,
- naštevanja,
- minimalnih poti,
- minimalnih rezov in z
- Monte Carlo simulacijami.

3.4.1 Dekompozicija



Slika 3.4: Kompleksna vezava (a), komponenta 5 v stanju delovanja (b) in komponenta 5 v stanju nedelovanja (c). $R_1 = R_2 = 0.90, R_3 = R_4 = 0.95$ in $R_5 = 0.80$.

3.4.2 Naštevanje

							P _i	P _i
i	1	2	3	4	5	izdelek	stanje delovanja	stanje nedelovanja
1	S	S	S	S	S	S	0.584820	
2	F	S	S	S	S	S	0.064980	
3	S	F	S	S	S	S	0.064980	
4	S	S	F	S	S	S	0.030780	
5	S	S	S	F	S	S	0.030780	
6	S	S	S	S	F	S	0.146205	
7	F	F	S	S	S	F		0.007220
8	S	F	F	S	S	S	0.003420	
9	S	S	F	F	S	F		0.001620
10	S	S	S	F	F	S	0.007695	
11	F	S	F	S	S	S	0.003420	
12	F	S	S	F	S	S	0.003420	
13	F	S	S	S	F	S	0.016245	
14	S	F	S	F	S	S	0.003420	
15	S	F	S	S	F	S	0.016245	
16	S	S	F	S	F	S	0.007695	
17	F	F	F	S	S	F		0.000380
18	S	F	F	F	S	F		0.000180
19	S	S	F	F	F	F		0.000405
20	F	S	F	F	S	F		0.000180
21	F	S	S	F	F	F		0.000855
22	S	F	S	F	F	S	0.000855	
23	F	F	S	F	S	F		0.000380
24	F	F	S	S	F	F		0.001805
25	S	F	F	S	F	F		0.000855
26	F	S	F	S	F	S	0.000855	
27	F	F	F	F	S	F		0.000020
28	S	F	F	F	F	F		0.000045
29	F	S	F	F	F	F		0.000045
30	F	F	S	F	F	F		0.000095
31	F	F	F	S	F	F		0.000095
32	F	F	F	F	F	F		0.000005
							$\Sigma = 0.985815$	$\Sigma = 0.014185$

Slika 3.5: Metoda naštevanja za primer mostične vezave s Slike 3.4.

3.4.3 Funkcija strukture izdelka

Stanje ite komponente

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{komponenta v stanju delovanja} \\ 0 & \text{komponenta v stanju nedelovanja} \end{cases}$$
(3.4)

Če blokovni diagram vključuje n komponent, je vseh možnih stanj 2^n . Posamezno stanje popišemo z vektorjem stanja

$$\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_n] \tag{3.5}$$

in funkcijo strukture izdelka

$$\Psi(\mathbf{X}) = \begin{cases} 1 & \text{izdelek v stanju delovanja} \\ 0 & \text{izdelek v stanju nedelovanja} \end{cases}$$
(3.6)

V primeru zaporedne vezave je

$$\Psi(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^{n} X_i = \min\{X_1, \dots, X_n\}$$

Funkcija strukture izdelka za paralelno vezavo

$$\Psi(\mathbf{X}) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - X_i) = \max\{X_1, \dots, X_n\}$$

Zanesljivost izdelka in funkcija strukture izdelka sta povezani

$$R_{\rm s} = E[\Psi(\mathbf{X})] = 0 \cdot \Pr\{\Psi(\mathbf{X}) = 0\} + 1 \cdot \Pr\{\Psi(\mathbf{X}) = 1\}$$
(3.7)

Iz (3.4) in (3.7) sledi

$$X_i^n = X_i \quad E[X_i] = R_i$$

Za izdelek, sestavljen iz n statistično neodvisnih in zaporedno vezanih komponent, velja

$$R_{s} = \Pr\{\Psi(\mathbf{X}) = 1\}$$

= $\Pr\{\min\{X_{1}, \dots, X_{n}\} = 1\}$
= $\Pr\{X_{1} = 1, \dots, X_{n} = 1\}$
= $\Pr\{X_{1} = 1\} \cdots \Pr\{X_{n} = 1\}$
= $R_{1} \cdots R_{n}$

zanesljivost paralelne vezave statistično neodvisnih komponent pa je

$$R_{s} = \Pr\{\Psi(\mathbf{X}) = 1\}$$

= 1 - \Pr\{X_{1} = 0, ..., X_{n} = 0\}
= 1 - \Pr\{X_{1} = 0\} \cdots \Pr\{X_{n} = 0\}
= 1 - (1 - R₁) \cdots (1 - R_n)

3.4.4 Koherentni izdelki

Izdelek je koherenten, če zvišanje zanesljivosti komponent ne povzroči znižanja zanesljivosti izdelka. Funkcija strukture koherentnega izdelka je monotono naraščajoča, saj za $\mathbf{Y} \geq \mathbf{X}$ velja $\Psi(\mathbf{Y}) \geq \Psi(\mathbf{X})$.

3.4.5 Minimalne poti in rezi

	minimalna pot	vektor minimalne poti
i	P _i	X _i
1	{1,3}	[1,0,1,0,0]
2	{2,4}	[0,1,0,1,0]
3	{1,4,5}	[1,0,0,1,1]
p = 4	{2,3,5}	[0,1,1,0,1]

Tabela 3.2: Minimalne po	oti mostične vezav	e
--------------------------	--------------------	---



Slika 3.6: Nadomestna paralelna vezava po metodi minimalnih poti.

Pot je definirana kot množica komponent v stanju delovanja, ki zagotavlja, da se izdelek nahaja v stanju delovanja. Minimalna pot P_i je minimalna množica komponent v stanju delovanja, ki še zagotavlja delovanje izdelka. Število minimalnih poti je navzgor omejeno in ga označimo s p. Vektor stanja \mathbf{X} je vektor minimalne poti, če je $\Psi(\mathbf{X}) = 1$ in če je $\mathbf{X} < \mathbf{Y}$ za vsak \mathbf{Y} , za katerega velja $\Psi(\mathbf{Y}) = 1$.

Funkcijo strukture izdelka izpeljemo po pravilih, ki veljajo za računanje zanesljivosti

$$\Psi(\mathbf{X}) = 1 - \prod_{i=1}^{p} (1 - \prod_{j \in P_i} X_j)$$
(3.8)

	minimalni rez	vektor minimalnega reza
i	C _i	X _i
1	{1,2}	[0,0,1,1,1]
2	{3,4}	[1,1,0,0,1]
3	{1,4,5}	[0,1,1,0,0]
c = 4	{2,3,5}	[1,0,0,1,0]

Tabela 3.3: Minimalni rezi mostične vezave.



Slika 3.7: Nadomestna zaporedna vezava po metodi minimalnih rezov.

Rez je definiran kot množica komponent v stanju nedelovanja, ki povzroči, da se izdelek nahaja v stanju nedelovanja. Minimalni rez C_i je minimalna množica komponent v stanju nedelovanja, ki že zagotavlja nedelovanje izdelka. Število minimalnih rezov c je navzgor omejeno. X je vektor minimalnega reza, če je $\Psi(\mathbf{X}) = 0$ in če je $\mathbf{X} > \mathbf{Y}$ za vsak \mathbf{Y} , za katerega velja $\Psi(\mathbf{Y}) = 0$.

Funkcijo strukture izdelka tudi tokrat izpeljemo po pravilih, ki veljajo za računanje zanesljivosti

$$\Psi(\mathbf{X}) = \prod_{i=1}^{c} (1 - \prod_{j \in C_i} (1 - X_j))$$
(3.9)

3.4.6 Meje izdelka

Groba ocena zgornje meje zanesljivosti

$$R_{\rm su} = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - R_i) \tag{3.10}$$

Groba ocena spodnje meje zanesljivosti

$$R_{\rm sl} = \prod_{i=1}^{n} R_i \tag{3.11}$$

Zgornja meja zanesljivosti

$$R_{\rm su} = 1 - \prod_{i=1}^{P} (1 - \prod_{j \in P_i} R_j)$$
(3.12)

Spodnja meja zanesljivosti

$$R_{\rm sl} = \prod_{i=1}^{c} (1 - \prod_{j \in C_i} (1 - R_j))$$
(3.13)

3.5 Redundanca na nizkem in visokem nivoju



Slika 3.8: Zaporedna vezava (a), redundanca na nizkem nivoju (b) in redundanca na visokem nivoju (c).

Zanesljivost izdelka z redundanco na nizkem nivoju

$$R_1 = (1 - (1 - R)^2)^2 = R^2 (2 - R)^2$$

Zanesljivost izdelka z redundanco na visokem nivoju

$$R_{\rm h} = 1 - (1 - R^2)^2 = R^2 (2 - R^2)$$

3.6 Komponente s tremi stanji

Za komponente s tremi stanji je značilno, da imajo poleg stanja delovanja dve stanji nedelovanja, npr. nedelovanje pri zapiranju (short failure) in nedelovanje pri odpiranju (open failure) ventila ali stikala.

3.6.1 Zaporedne vezave



Slika 3.9: Zaporedna vezava. Nedelovanje obeh ventilov pri zapiranju (a), nedelovanje ventila 1 pri odpiranju (b), nedelovanje ventila 2 pri odpiranju (c) in nedelovanje obeh ventilov pri odpiranju (d).

3.6.2 Paralelne vezave



Slika 3.10: Paralelna vezava. Nedelovanje obeh ventilov pri odpiranju (a), nedelovanje ventila 1 pri zapiranju (b), nedelovanje ventila 2 pri zapiranju (c) in nedelovanje obeh ventilov pri zapiranju (d).

3.6.3 Redundanca na nizkem nivoju



Slika 3.11: Blokovni diagram izdelka sestavljenega iz n zaporedno vezanih sestavov s pom paralelno vezanimi komponentami s tremi stanji.

	1	1	2	2	izdelek	izdelek	P _{si}	P _{oi}
	levi	desni	levi	desni	pri	pri	pri	pri
i	ventil	ventil	ventil	ventil	zapiranju	odpiranju	zapiranju	odpiranju
1	S	S	S	S	S	S		
2	F	S	S	S	S	S		
3	S	F	S	S	S	S		
4	S	S	F	S	S	S		
5	S	S	S	F	S	S		
6	F	F	S	S	S	F		0.002209
7	S	F	F	S	F	S	0.011475	
8	S	S	F	F	S	F		0.003249
9	F	S	S	F	F	S	0.011475	
10	F	S	F	S	F	S	0.011475	
11	S	F	S	F	F	S	0.011475	
12	F	F	F	S	F	F	0.002025	0.000141
13	S	F	F	F	F	F	0.001275	0.000171
14	F	S	F	F	F	F	0.001275	0.000171
15	F	F	S	F	F	F	0.002025	0.000141
16	F	F	F	F	F	F	0.000225	0.000009
						Fs	= 0.052725 F	$r_0 = 0.006091$

Tabela 3.4: Redundanca na nizkem nivoju za $n=m=2,\,q_{\rm o1}=0.05,\,q_{\rm o2}=0.06,\,q_{\rm s1}=0.15,\,q_{\rm s2}=0.10,\,P_{\rm s7}=(1-q_{\rm s1})q_{\rm s1}q_{\rm s2}(1-q_{\rm s2})=0.011475,\,P_{\rm o8}=(1-q_{\rm o1})^2q_{\rm o2}^2=0.003249$ in $R_{\rm l}=1-(F_{\rm o}-F_{\rm s})=0.941184.$

Zanesljivost izdelka z redundanco na nizkem nivoju

$$R_{\rm l} = 1 - (F_{\rm o} - F_{\rm s})$$



Slika 3.12: Redundanca na nizkem nivoju zan=m=2.

V splošnem velja

$$R_{\rm l} = \prod_{i=1}^{n} (1 - q_{\rm oi}^m) - \prod_{i=1}^{n} (1 - (1 - q_{\rm si})^m)$$
(3.14)

3.6.4 Redundanca na visokem nivoju



Slika 3.13: Blokovni diagram izdelka sestavljenega iz n paralelno vezanih sestavov s pom zaporedno vezanimi komponentami s tremi stanji.

Zanesljivost izdelka z redundanco na visokem nivoju

$$R_{\rm h} = \left(1 - \prod_{i=1}^{m} q_{\rm si}\right)^n - \left(1 - \prod_{i=1}^{m} (1 - q_{\rm oi})\right)^n \tag{3.15}$$

Poglavje 4

Izdelki, odvisni od stanja

4.1 Markova analiza

			izdelek	izdelek
stanje	1	2	zaporedna vezava	paralelna vezava
1	S	S	S	S
2	F	S	F	S
3	S	F	F	S
4	F	F	F	F

Tabela 4.1: Možna stanja izdelka.



Slika 4.1: Blokovni diagram in diagram prehodov za izdelek sestavljen iz dveh neodvisnih komponent.

Zanesljivost izdelka, sestavljenega iz dveh zaporedno vezanih komponent

$$R_{\rm s}(t) = P_1(t)$$

zanesljivost izdelka, sestavljenega iz dveh paralelno vezanih komponent

$$R_{\rm s}(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t)$$

Ker se izdelek vedno nahaja v enem od stanj, lahko zapišemo

$$P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) = 1$$
(4.1)

Če se izdelek v trenutku t nahaja v stanju 1, je verjetnost, da se bo v trenutku $t + \Delta t$ še vedno nahajal v istem stanju, enaka verjetnosti $P_1(t)$, zmanjšani za verjetnost prehoda v stanji 2 in 3. Verjetnost okvare v intervalu $t \leq T \leq t + \Delta t$ pod pogojem, da komponenta 1 deluje do trenutka t, je

$$\Pr\{t \le T \le t + \Delta t | T \ge t\} = \frac{R_1(t) - R_1(t + \Delta t)}{R_1(t)}$$

Verjetnost, da se bo izdelek v trenutku t
 nahajal v stanju 1 in da bo v intervalu $t \leq T \leq t + \Delta t$ prešel v stanje 2, ustreza povezani verjetnosti obeh dogodkov

$$\frac{R_1(t)-R_1(t+\Delta t)}{R_1(t)}P_1(t)$$

Verjetnost, da se bo izdelek v trenutku $t + \Delta t$ še vedno nahajal v stanju 1, je torej

$$P_{1}(t + \Delta t) = P_{1}(t) - \frac{R_{1}(t) - R_{1}(t + \Delta t)}{R_{1}(t)} P_{1}(t) - \frac{R_{2}(t) - R_{2}(t + \Delta t)}{R_{2}(t)} P_{1}(t)$$

$$(4.2)$$

Verjetnost, da se bo izdelek v trenutku $t + \Delta t$ nahajal v stanju 2, ustreza verjetnosti, da se izdelek v trenutku t nahaja v stanju 2, povečani za verjetnost prehoda iz stanja 1 v 2 in zmanjšani za verjetnost prehoda iz stanja 2 v 4

$$P_{2}(t + \Delta t) = P_{2}(t) + \frac{R_{1}(t) - R_{1}(t + \Delta t)}{R_{1}(t)}P_{1}(t) - \frac{R_{2}(t) - R_{2}(t + \Delta t)}{R_{2}(t)}P_{2}(t)$$

$$(4.3)$$

Na podoben način lahko zapišemo verjetnost, da se bo izdelek v trenutku $t+\Delta t$ nahajal v stanju 3

$$P_{3}(t + \Delta t) = P_{3}(t) + \frac{R_{2}(t) - R_{2}(t + \Delta t)}{R_{2}(t)}P_{1}(t) - \frac{R_{1}(t) - R_{1}(t + \Delta t)}{R_{1}(t)}P_{3}(t)$$

$$(4.4)$$

oziroma v stanju 4

$$P_{4}(t + \Delta t) = P_{4}(t) + \frac{R_{2}(t) - R_{2}(t + \Delta t)}{R_{2}(t)}P_{2}(t) + \frac{R_{1}(t) - R_{1}(t + \Delta t)}{R_{1}(t)}P_{3}(t)$$

$$(4.5)$$

Če enačbo (4.2) delimo z Δt , dobimo

$$\frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = -\frac{R_1(t) - R_1(t + \Delta t)}{\Delta t R_1(t)} P_1(t) - \frac{R_2(t) - R_2(t + \Delta t)}{\Delta t R_2(t)} P_1(t)$$

Ker je v limiti

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = \frac{dP(t)}{dt} = P'(t)$$

in

$$\lim_{\Delta t \to 0} -\frac{R(t + \Delta t) - R(t)}{\Delta t} = f(t)$$

tvorijo enačbe (4.2) do (4.5) sistem navadnih diferencialnih enačb prvega reda

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ P_3'(t) \\ P_4'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 - \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & 0 & -\lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \end{bmatrix}$$
(4.6)

Če so intenzivnosti okvar konstantne, je sistem diferencialnih enačb analitično rešljiv. Verjetnost, da se bo izdelek nahajal v stanju 1, določimo z integracijsko metodo ločitve spremenljivk

$$\int \frac{dP_1(t)}{P_1(t)} = -(\lambda_1 + \lambda_2) \int dt + C_1$$

Odtod sledi

$$\ln P_1(t) = -(\lambda_1 + \lambda_2)t + C_1$$

 in

$$P_1(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t + C_1}$$

Vrednost integracijske konstante C_1 izračunamo iz pogoja $P_1(0)=1,$ ki pravi, da se izdelek v trenutku t=0z verjetnostjo1nahaja v stanju 1. Odtod sledi $C_1=0$ in

$$P_1(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$
(4.7)

Verjetnost, da se bo izdelek nahajal v stanju 2, je rešitev linearne diferencialne enačbe

$$P_2'(t) + \lambda_2 P_2(t) = \lambda_1 e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$

kjer je

$$P_2(t) = e^{-\lambda_2 \int dt} \left\{ \lambda_1 \int e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t + \lambda_2 \int dt} dt + C_2 \right\}$$

oziroma

$$P_2(t) = -e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} + C_2 e^{-\lambda_2 t}$$

Integracijska konstanta $C_2 = 1$ izhaja iz robnega pogoja $P_2(0) = 0$. Verjetnost, da se bo izdelek v trenutku t nahajal v stanju 2, je torej

$$P_2(t) = -e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} + e^{-\lambda_2 t}$$
(4.8)

Na podoben način je mogoče izračunati tudi

$$P_3(t) = e^{-\lambda_1 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$
(4.9)

Verjetnost, da se bo izdelek nahajal v stanju 4, je

$$P_4(t) = 1 - P_1(t) - P_2(t) - P_3(t)$$
(4.10)

Medtem ko je zanesljivost izdelka sestavljenega iz dveh zaporedno vezanih komponent

$$R_{\rm s}(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \tag{4.11}$$

lahko v primeru dveh paralelno vezanih komponent zapišemo

$$R_{\rm s}(t) = e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$
(4.12)

4.2 Izdelki z delitvijo obremenitve



Slika 4.2: Blokovni diagram in diagram prehodov za izdelek z delitvijo obremenitve.

Sistem diferencialnih enačb za izdelek z delitvijo obremenitve

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ P_3'(t) \\ P_4'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 - \lambda_2 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & -\lambda_2^+ & 0 & 0 \\ \lambda_2 & 0 & -\lambda_1^+ & 0 \\ 0 & \lambda_2^+ & \lambda_1^+ & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \end{bmatrix}$$
(4.13)

Rešitve sistema diferencialnih enačb

$$P_{1}(t) = e^{-(\lambda_{1}+\lambda_{2})t}$$

$$P_{2}(t) = \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{1}+\lambda_{2}-\lambda_{2}^{+}} (e^{-\lambda_{2}^{+}t} - e^{-(\lambda_{1}+\lambda_{2})t})$$

$$P_{3}(t) = \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}+\lambda_{2}-\lambda_{1}^{+}} (e^{-\lambda_{1}^{+}t} - e^{-(\lambda_{1}+\lambda_{2})t})$$
(4.14)
4.3 Pasivne paralelne vezave



Slika 4.3: Blokovni diagram in diagram prehodov za pasivno paralelno vezavo.

Sistem diferencialnih enačb
 za pasivno paralelno vezavo dveh komponent brez napak preklop
ap=0

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ P_3'(t) \\ P_4'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 - \lambda_2^- & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_2^- & 0 & -\lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \end{bmatrix}$$
(4.15)

Rešitve sistema diferencialnih enačb

$$P_{1}(t) = e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-})t}$$

$$P_{2}(t) = \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-} - \lambda_{2}} (e^{-\lambda_{2}t} - e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-})t})$$

$$P_{3}(t) = e^{-\lambda_{1}t} - e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-})t}$$
(4.16)

Zanesljivost izdelka

$$R_{\rm s}(t) = e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2^- - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2^-)t})$$
(4.17)

Srednji čas do okvar

$$MTTF = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2^-)}$$
(4.18)

4.4 Pasivne paralelne vezave enakih komponent

stanje	1	2	3	4	izdelek
1	S	S	S	S	S
2	F	S	S	S	S
3	F	F	S	S	S
4	F	F	F	S	S
5	F	F	F	F	F

Tabela 4.2: Možna stanja izdelka.



Slika 4.4: Blokovni diagram in diagram prehodov za pasivno paralelno vezavo enakih komponent.

Sistem diferencialnih enačb za pasivno paralelno vezavo štirih komponent

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ P_3'(t) \\ P_4'(t) \\ P_5'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \\ P_5(t) \end{bmatrix}$$
(4.19)

Zanesljivost izdelka, sestavljenega iz \boldsymbol{n} enakih komponent in pripadajoči srednji čas do okvar

$$R_{\rm s}(t) = \sum_{i=1}^{n} P_i(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!}$$

$$MTTF = \int_0^\infty R_{\rm s}(t) dt = \sum_{i=0}^{n-1} \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^i e^{-\lambda t}}{i!} dt = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Gamma[i+1]}{\lambda i!} = \frac{n}{\lambda}$$
(4.20)

4.5 Pasivne paralelne vezave z okvarami preklopa



Slika 4.5: Blokovni diagram in diagram prehodov za pasivno paralelno vezavo z okvarami preklopa.

Sistem diferencialnih enačb za pasivno paralelno vezavo z napakami preklopa

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ P_3'(t) \\ P_4'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q\lambda_1 - p\lambda_1 - \lambda_2^- & 0 & 0 & 0 \\ q\lambda_1 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_2^- & 0 & -\lambda_1 & 0 \\ p\lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \end{bmatrix}$$
(4.21)

q=1-p.Rešitve sistema diferencialnih enačb

$$P_{1}(t) = e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-})t}$$

$$P_{2}(t) = \frac{q\lambda_{1}}{\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-} - \lambda_{2}} (e^{-\lambda_{2}t} - e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-})t})$$

$$P_{3}(t) = e^{-\lambda_{1}t} - e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2}^{-})t}$$
(4.22)

Zanesljivost izdelka

$$R_{\rm s}(t) = e^{-\lambda_1 t} + \frac{q\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2^- - \lambda_2} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2^-)t})$$
(4.23)

4.6 Degradirani izdelki



Slika 4.6: Blokovni diagram in diagram prehodov za degradirani izdelek.

Sistem diferencialnih enačb

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ P_3'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 - \lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & -\lambda_3 & 0 \\ \lambda_1 & \lambda_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{bmatrix}$$
(4.24)

Rešitve sistema diferencialnih enačb

$$P_{1}(t) = e^{-(\lambda_{1}+\lambda_{2})t}$$

$$P_{2}(t) = \frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}+\lambda_{2}-\lambda_{3}}(e^{-\lambda_{3}t} - e^{-(\lambda_{1}+\lambda_{2})t})$$

$$P_{3}(t) = 1 - P_{1}(t) - P_{2}(t)$$
(4.25)

Zanesljivost izdelka

$$R_{\rm s}(t) = P_1(t) + P_2(t) \tag{4.26}$$

4.7 Izdelki s tremi stanji



Slika 4.7: Blokovni diagram in diagram prehodov za izdelek s tremi stanji.

Sistem diferencialnih enačb

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ P_2'(t) \\ P_3'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda_1 - \lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{bmatrix}$$
(4.27)

Rešitve sistema diferencialnih enačb

$$P_{1}(t) = e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2})t}$$

$$P_{2}(t) = \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{1} + \lambda_{2}} (1 - e^{-(\lambda_{1} + \lambda_{2})t})$$

$$P_{3}(t) = 1 - P_{1}(t) - P_{2}(t)$$
(4.28)

Zanesljivost izdelka

$$R_{\rm s}(t) = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \tag{4.29}$$

Poglavje 5 Fizični modeli zanesljivosti

Modele zanesljivosti, ki poleg časa upoštevajo še druge parametre, imenujemo kovariantne. Statični modeli niso odvisni od časa, temveč od obremenitev in zdržljivosti. Za razliko od statičnih modelov, upoštevajo dinamični modeli vpliv zgodovine obremenjevanja. Poleg navedenih statističnih modelov zanesljivosti obstajajo še fizikalni modeli okvar.

5.1 Kovariantni modeli

Primer kovariantnega modela za eksponentno gostoto porazdelitve verjetnosti okvar

$$\lambda(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i$$

Zanesljivost komponente z upoštevanjem dodatnih parametrov za primer eksponentne gostote porazdelitve verjetnosti okvar

$$R(t) = e^{-\lambda(\mathbf{x})t}$$

5.2 Statični modeli

Verjetnost, da obremenite
v ${\cal X}$ ne bo večja od x

$$\Pr\{X < x\} = F_X(x) = \int_0^x f_X(x) dx$$
(5.1)

Verjetnost, da zdržljivost Y ne bo presegla vrednosti y

$$\Pr\{Y < y\} = F_Y(y) = \int_0^y f_Y(y) dy$$
(5.2)



Slika 5.1: Zanesljivost za naključno obremenitev in konstantno zdržljivost.



Slika 5.2: Zanesljivost za konstantno obremenitev in naključno zdržljivost.

Če je obremenitev X naključna spremenljivka in zdržljivost konstantna vrednost Y = y (glej Sliko 5.1), je zanesljivost

$$R = \Pr\{X < y\} = F_X(y) = \int_0^y f_X(x) dx$$
(5.3)

Če je zdržljivost Y naključna spremenljivka in obremenitev konstantna vrednost X = x (Slika 5.2), je

$$R = \Pr\{Y \ge x\} = 1 - F_Y(x) = \int_x^\infty f_Y(y) dy$$
(5.4)

Če staX in Y naključni spremenljivki, je

$$R = \Pr\{X < Y\} = \int_0^\infty F_X(y) f_Y(y) dy$$
 (5.5)

oziroma

$$R = \Pr\{Y \ge X\} = \int_0^\infty (1 - F_Y(x)) f_X(x) dx$$
(5.6)



Slika 5.3: Zanesljivost za naključno obremenitev in zdržljivost.

$\mu_{\rm v}/\mu_{\rm v}$	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
R	0.50	0.53	0.56	0.59	0.63	0.67	0.71	0.77	0.83	0.91

Tabela 5.1: Zanesljivost za eksponentni gostoti porazdelitve verjetnosti obremenitev in zdržljivosti.

Če obremenitvam in zdržljivosti pripadata eksponentni gostoti porazdelitve verjetnosti

$$f_X(x) = \frac{1}{\mu_X} e^{-\frac{x}{\mu_X}} \quad f_Y(y) = \frac{1}{\mu_Y} e^{-\frac{y}{\mu_Y}}$$

s srednjo vrednostjo obremenite
v μ_X in srednjo vrednostjo zdržljivosti
 $\mu_Y,$ je

$$R = \frac{1}{\mu_X} \int_0^\infty \exp\left\{-\frac{\mu_X + \mu_Y}{\mu_X \mu_Y}\right\} dx = \frac{1}{1 + \mu_X/\mu_Y}$$
(5.7)

5.3 Dinamični modeli

5.3.1 Periodična obremenitev



Slika 5.4: Časovna zgodovina obremenitev in zdržljivosti za periodično obremenitev.

Dinamična zanesljivost po \boldsymbol{n} obremenitvah je

$$R_n = \Pr\{X_1 < Y_1, \dots, X_n < Y_n\}$$

Ker so dogodki X_1, X_2, \ldots in Y_1, Y_2, \ldots statistično neodvisni, velja

$$R_n = \Pr\{X_1 < Y_1\} \cdots \Pr\{X_n < Y_n\} = R^n$$
(5.8)

Če je perioda Δt konstantna in $t_0=0$ ter $t_i=t_{i-1}+\Delta t$ za $i=1,2,\ldots,$ je

$$R(t) = R^{t/\Delta t} \tag{5.9}$$

5.3.2 Naključna obremenitev



Slika 5.5: Časovna zgodovina obremenitev in zdržljivosti za naključno obremenitev.

Verjetnost, da se v času t komponenta nahaja v obremenjenem stanju ikrat, ustreza binomski gostoti porazdelitve verjetnosti

$$f_n(i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$
(5.10)

Če je število dogodkov $n \gg 1$, verjetnost p pa zelo majhna, velja

$$f_n(i) = e^{-pn} \frac{(pn)^i}{i!}$$
(5.11)

Iz srednje periode $\Delta t = t/n$ sledi $pn = (p/\Delta t)t = \alpha t$, kjer je α srednje število obremenitev na enoto časa. Odtod sledi

$$f_i(t) = e^{-\alpha t} \frac{(\alpha t)^i}{i!} \tag{5.12}$$

Dinamična zanesljivost je utežna vsota vseh možnih dogodkov

$$R(t) = \sum_{i=0}^{\infty} R^{i} f_{i}(t) = e^{-\alpha t} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\alpha t R)^{i}}{i!}$$
(5.13)

Ker velja

$$e^{\alpha tR} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\alpha tR)^i}{i!}$$

je

$$R(t) = e^{-(1-R)\alpha t}$$
(5.14)

5.3.3 Prva obremenitev naključna



Slika 5.6: Časovna zgodovina obremenitev in zdržljivosti za prvo naključno obremenitev.

Predpostavimo, da sta prva obremenite
v X_1 in zdržljivost Y_1 naključni spremenljivki, za v
se ostale realizacije obremenitev in zdržljivosti pa velja

$$X_i = X_1 \lor 0 \quad Y_i = Y_1 \quad i = 1, 2, \dots$$

Dinamična zanesljivost

$$R(t) = R^{0}f_{0}(t) + \sum_{i=1}^{\infty} R^{i}f_{i}(t)$$

Ker je $R^i=R$ za vsak $i\geq 1.$ Odtod sledi

$$R(t) = f_0(t) + R(1 - f_0(t)) = e^{-\alpha t} + R(1 - e^{-\alpha t})$$
(5.15)

5.4 Fizikalni modeli okvar

Alternativa statističnim modelom zanesljivosti so fizikalni modeli okvar, pri katerih čas do okvare izrazimo s funkcijo

t = f(pogoji uporabe,pogoji okolja, materialne lastnosti, tehnologija izdelave, geometrija)

Značilen predstavnik fizikalnega modela okvar je pričakovani obratovalni čas kotalnega ležaja

$$t = a_1 a_2 a_3 \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

v urah, kjer je a_1 faktor zanesljivosti, a_2 faktor materiala, a_3 faktor pogojev uporabe, n vrtilna hitrost v vrt/min, p eksponent ter C in P dinamična nosilnost in ekvivalentna obremenitev v N.

Poglavje 6

Vrednotenje na zanesljivost



Slika 6.1: Proces vrednotenja na zanesljivost.

faze življenjskega cikla	aktivnosti vezane na zanesljivost
koncipiranje	specifikacija zanesljivosti alokacija zanesljivosti metode vrednotenja
detajliranje optimiranje in preskušanje	metode vrednotenja FMEA testiranje rasti zanesljivosti analiza varnosti in FTA
proizvodnja	test sprejemljivosti kontrola kakovosti test na utekanje in monitoring
uporaba in vzdrževanje	preventivno vzdrževanje napovedano vzdrževanje spremembe zamenjava delov

Tabela 6.1: Zanesljivost in faze življenjskega cikla.

6.1 Cilji zanesljivosti

Kazalci zanesljivosti

- srednji čas do okvar MTTF,
- srednji čas med okvarami MTBF,
- ciljna zanesljivost po določenem času ali
- gostota porazdelitve verjetnosti okvar.

Ostale aktivnosti

- potrebno natančno definirati okvare,
- iz zahtev izločiti določene vrste okvar,
- spremljati in beležiti čase delovanj in nedelovanj in
- natančno definirati normalne pogoje uporabe, pogoje okolja in pogoje vzdrževanja.

6.1.1 Stroški življenjskega cikla

zaključni stroški	obratovalni in podporni stroški	preostali stroški
- raziskave in razvoj - proizvodnja - razpošiljanje	obratovalni stroški - osebje - energija in gorivo stroški okvare - garancije - odgovornosti - popravilo ali zamenjava - izguba zaupanja podporni stroški - vzdrževalni resursi - podporni resursi - ostali pripomočki oziroma objekti	 preostala vrednost stroški odstranitve

Tabela 6.2: Kategorije stroškov.

Stroški življenjskega cikla

stroški življenjskega cikla = zaključni stroški	
+ obratovalni stroški	
+ stroški okvare	(6.1)
+ podporni stroški	
- neto preostala vrednost	

kjer je

neto preostala vrednost = preostala vrednost
 -stroški odstranitve

6.2 Alokacija zanesljivosti

Cilj alokacije

$$R_{\rm s} = h(R_1(t), \dots, R_n(t)) \ge R_{\rm s}^*(t) \tag{6.2}$$

Zaporedna vezava

$$R_{\rm s} = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \ge R_{\rm s}^*(t)$$
(6.3)

6.2.1 Eksponentna porazdelitev

Iz enačbe (6.3), sledi

$$\prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} \ge e^{-\lambda_{\rm s}^* t}$$

oziroma

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \le \lambda_{\rm s}^* \tag{6.4}$$

6.2.2 Optimalna alokacija

Cilj optimalne alokacije so minimalni stroški

$$\min C = \sum_{i=1}^{n} C_i(x_i)$$
(6.5)

$$\prod_{i=1}^{n} (R_i + x_i) \ge R_{\rm s}^* \tag{6.6}$$

pri pogoju

$$0 < R_i + x_i \le B_i < 1 \quad i = 1, \dots, n$$
(6.7)

Funkcijo stroškov rasti zanesljivosti ${\cal C}_i(x)$ aproksimi
ramo s polinomom drugega reda

$$\min C = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i^2 \tag{6.8}$$

Če zanemarimo (6.7) in izenačimo obe strani ne
enačbe (6.6), lahko določimo optimalne vrednosti x_i z Lagrange
evo metodo

$$L(x_i, \theta) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i^2 - \theta \left\{ \prod_{i=1}^{n} (R_i + x_i) - R_s^* \right\}$$
(6.9)

Ekstrem funkcije $L(x_i,\theta)$ izračunamo tako, da rešimo sistem enačb

$$\frac{\partial L(x_i,\theta)}{\partial x_i} = 2c_i x_i - \theta \prod_{\substack{j=1\\j \neq i}}^n (R_j + x_j) = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

$$\frac{\partial L(x_i,\theta)}{\partial \theta} = \prod_{i=1}^n (R_i + x_i) - R_s^* = 0$$
(6.10)

Zgornjo enačbo pomnožimo z $\left(R_{i}+x_{i}\right)$ ter preuredimo

$$\theta \prod_{i=1}^n (R_i + x_i) = 2c_i x_i (R_i + x_i) = \theta R_s^*$$

Odtod sledi

$$2c_i x_i^2 + 2c_i R_i x_i - \theta R_s^* = 0 ag{6.11}$$

Rešitev kvadratne enačbe (6.11) je njen pozitivni koren

$$x_{i} = \frac{-2c_{i}R_{i} + \sqrt{4c_{i}^{2}R_{i}^{2} + 8c_{i}\theta R_{s}^{*}}}{4c_{i}}$$
(6.12)

6.2.3 ARINC metoda

Predpostavimo, da so neodvisne komponente s
 konstantno intenzivnostjo okvar vezane zaporedno. Če j
e λ_i trenutna intenzivnost okvar ite komponente in j
e $\lambda_{\rm s}^*$ ciljna intenzivnost okvar, potem iz uteži

$$w_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}$$

izračunamo nove vrednosti intenzivnosti okvar

$$\lambda_i = w_i \lambda_s^*$$

6.2.4 AGREE metoda



Slika 6.2: Blokovni diagram izdelka in kompleksnost sestavov.

Naj bodo

$$t =$$
obratovalni čas izdelka
$$R_{\rm s}^* = {\rm ciljna\ zanesljivost\ izdelka}$$

$$N = \sum_{i=1}^n n_i = {\rm skupno\ število\ komponent\ izdelka}$$

$$t_i = {\rm obratovalni\ čas\ }i{\rm tega\ sestava,\ kjer\ je\ }t_i \leq t$$

 $\lambda_i = {\rm intenzivnost\ okvar\ }i{\rm tega\ sestava}$
 $w_i = {\rm faktor\ vpliva}$

Ker velja

$$\prod_{i=1}^n R_{\rm s}^{*n_i/N} = R_{\rm s}^*$$

lahko z upoštevanjem faktorja vpliva ob predpostavki eksponentne gostote porazdelitve verjetnosti okvar zapišemo verjetnost, da bo okvara itega sestava povzročila okvaro izdelka

$$w_i(1 - e^{-\lambda_i t_i}) = 1 - R_{\rm s}^{*n_i/N}$$

Odtod sledi

$$\lambda_i = -\frac{1}{t_i} \ln \left\{ 1 - \frac{1 - R_s^{*n_i/N}}{w_i} \right\} \quad i = 1, \dots, n$$
(6.13)

Ker okvara sestava ne povzroči nujno okvare izdelka, je $\prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t_i} \leq R_{\rm s}^*.$

6.2.5 Redundanca



Slika 6.3: Blokovni diagram izdelka.

6.3 Metode vrednotenja

6.3.1 Izbor materialov in delov

- standardni deli ali proizvodnjo delov,
- materialne lastnosti so funkcija različnih dejavnikov.

6.3.2 Podobremenitev



Slika 6.4: Vpliv temperature in obremenitve na intenzivnost okvar.

$$\lambda = \lambda_{\rm b} \left(\frac{s}{s_{\rm d}}\right)^{0.7} \left(\frac{L}{L_{\rm d}}\right)^{4.69} \left(\frac{v_{\rm d}}{v}\right)^{0.54} \left(\frac{c}{c_{\rm d}}\right)^{0.67} \left(\frac{T}{T_{\rm d}}\right)^3$$

- $\lambda_{\rm b} = {\rm intenzivnost}$ okvar, definirana s
 strani proizvajalca
- $\boldsymbol{s} = \operatorname{dejanska}$ hitrost
- $s_{\rm d} = {\rm imenska}$ hitrost
- $L={\rm dejanska}$ obremenitev
- $L_{\rm d} = {\rm imenska}$ obremenitev
 - $\upsilon=$ dejanska kinematična viskoznost
- $v_{\rm d}=$ imenska kinematična viskoznost
 - $c={\rm dejanski}$ delež nečistoč
- $c_{\rm d} = {\rm imenski}$ delež nečistoč
- $T={\rm dejanska}$ temperatura
- $T_{\rm d}=$ imenska temperatura

6.3.3 Analiza obremenitev in zdržljivosti



Slika 6.5: Verjetnost okvare in varnostni faktor.

Varnostni faktor in meja varnosti

$$SF = \frac{Y}{X}$$
 $SM = Y - X$ (6.14)

Verjetnost okvare kot funkcije varnostnega faktorja

$$\Pr{\{SF < 1\}} = 1 - \Phi\left(\frac{\ln SF}{s_{SF}}\right) \tag{6.15}$$

kjer

$$\mathrm{SF} = \frac{m_y}{m_x} \quad s_\mathrm{SF} = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$$

6.3.4 Kompleksnost in tehnologija

- število sestavnih delov izdelka,
- variabilnost uporabljenih delov,
- tehnologija

6.3.5 Redundanca



Slika 6.6: Razčlenitev redundance.

```
<sup>1</sup> C := 0; n_i := 1 za i := 1, \dots, n;
_{2} s := false; Izračunaj \Delta_{i} za i := 1, \ldots, n;
  while s := false do
3
      k := \max\{\Delta_1, \dots, \Delta_n\}; C := C + C_{\mathbf{u},k};
4
      if C < B then
\mathbf{5}
         n_k := n_k + 1;Izračunaj\Delta_k;
6
      else
7
         s := true; C := C - C_{\mathbf{u},k};
8
      end if
9
10 end while
```

Slika 6.7: Marginalna analiza.

Optimizacija aktivne redundance glede na stroške

$$\max \prod_{i=1}^{n} \left\{ 1 - (1 - R_i(t))^{n_i} \right\}$$
(6.16)

pri pogoju

$$\sum_{i=1}^{n} C_{\mathbf{u},i} n_i \le B + \sum_{i=1}^{n} C_{\mathbf{u},i}$$
(6.17)

Optimalno število redundantnih komponent določimo z marginalno analizo, ki zahteva ločitev kontrolnih spremenljivk n_i . To dosežemo z logaritmiranjem enačbe (6.16)

$$\max \sum_{i=1}^{n} \ln \left\{ 1 - (1 - R_i(t))^{n_i} \right\}$$
(6.18)

Ker je logaritem monotono naraščajoča funkcija, transformacija (6.18) ne vpliva na lego optimuma. Marginalna vrednost

$$\Delta_i = \frac{\ln\left\{1 - (1 - R_i(t))^{n_i + 1}\right\} - \ln\left\{1 - (1 - R_i(t))^{n_i}\right\}}{C_{\mathbf{u},i}}$$

je definirana kot sprememba logaritma zanesljivosti na enoto stroškov ob povečanju števila paralelno vezanih komponent za 1.

6.4 Analize možnih okvar in njihovih posledic

Analiza možnih okvar in njihovih posledic FMEA je iterativen proces odkrivanja potencialnih okvar, njihovih vzrokov in učinkov ter preprečevanja okvar izdelka in procesa, ki je usmerjena k povečevanju varnosti in zadovoljstva kupcev. Vodstvo podjetja mora natančno definirati omejitve, znotraj katerih se bo proces FMEA odvijal. Pri tem je potrebno odgovoriti na niz vprašanj.

- Je skupina FMEA odgovorna le za izvedbo analize ali naj pripravi tudi predloge in/ali realizacijo izboljšav?
- S kolikšnimi sredstvi razpolaga skupina?
- Kateri ostali resursi so ji na voljo?
- Ali je termin za izvedbo analize določen in ali obstajajo druge časovne omejitve, ki jih je potrebno upoštevati?
- Kakšen je postopek, če mora skupina prekoračiti omejitve?

Številka FMEA	A: 019	Datum 2	začetek: 05.03.02			
		Datum l	konec:			
Člani skupine:	Martin M.	Andrej N.	Marta L.			
	Boštjan V.	Franc G.				
Vodja skupine:	Martin M.					
1. Ali so zasto	pana vsa področja?					
🔀 Ne	Aktivnost:					
2. So v skupin	i zastopani različni niv	oji in vrste znanja	?			
🔀 Ne	Aktivnost:					
3. Je predstavi	nik uporabnikov udelež	en v skupini?				
Da 🔀	Aktivnost: Pro	daja in marketing z	zastopata uporabnika.			
4. Kdo je zadolžen za izdelavo zapiskov						
in vzdrževa	nje dokumentacije?		Andrej N.			
Omejitve skupi	ne FMEA					
5. Skupina FM	IEA je pristojna za nas	lednje naloge.				
FNACA	Predlog	oljšav	Realizaci			
6. S kolikšnim	ni sredstvi razpolaga sk	upina?	5000 EUR			
7. Ima skupin	a skrajni rok za izvedb	o projekta?	15.04.02			
8. Ali obstajaj	o druge časovne omejit	ve?				
9. Kakšen je p	ostopek za spremembo	omejitev?				
Revizija on	nejitev z vodjo oddelka					
10. Kako bo FN	/IEA predstavljena osta	lim v podjetju?				
Zaključno p	ooročilo.					
11. Jasno naveo	lite cilje FMEA.					
Izvedite FM	IEA izdelka za novi m	odel gasilnega apar	rata X-1050.			
Analiza mo	ra biti zaključena pred	začetkom FMEA j	procesa 01.05.02.			

Slika 6.8: Nastopni formular skupine FMEA.

• Kako naj skupina seznani ostale subjekte podjetja z rezultati analize?

FMEA izdelka in procesa obsegata 10 korakov

- pregled procesa,
- identifikacija potencialnih vrst okvar,
- identifikacija potencialnih učinkov okvar,
- ocena stopnje resnosti potencialnih učinkov okvar,
- ocena verjetnosti realizacije potencialnih vrst okvar,
- ocena verjetnosti odkrivanja potencialnih vrst in/ali učinkov okvar,

- izračun indeksa kritičnosti potencialnih učinkov okvar,
- določitev kritičnih potencialnih vrst okvar,
- izvedba korektivnih ukrepov in
- ponovni izračun indeksa kritičnosti potencialnih učinkov okvar.

6.4.1 Pregled procesa

6.4.2 Identifikacija potencialnih vrst okvar

potencialni vzrok ali	potencialna	potencialni
mehanizem okvare	vrsta okvare	učinek okvare
biološki vplivi	gnitje	razpad izolacije
ciklično utrujanje	utrujenostni lom	nestabilna vožnja
človeška napaka	zakasnela reakcija	letalska nesreča
degradacija	magnetna degradacija	padec permeabilnosti
depolimerizacija	kratek stik	padec upornosti
izhlapevanje	pretrganje žarilne niti	žarnica ne sveti
izjemne obremenitve	udar strele	izpad radijskega in
		televizijskega signala
kemične in elektrolitske	elektrolitska	izguba kontakta
spremembe	korozija	
okvara kontakta	hladen kontakt	relé ne deluje
korozija	prerjavenje	puščanje rezervoarja
lezenje	deformacija	slabo vodenje
mehanske obremenitve	trenutni lom	izguba moči in
		povečan hrup
nekvalitetne komponente	izlitje zavorne	ni zavorne sile
	tekočine	
onesnaženje	izguba kontakta	padec napetosti
temperaturno nihanje	utrujenostna razpoka	padec tlaka
trenje	obraba	izgube in hrup
vlaga	zarositev	slaba vidljivost

Tabela 6.3: Potencialni vzroki, vrste in učinki potencialnih okvar.

6.4.3 Identifikacija potencialnih učinkov okvar

Pri identifikaciji učinkov se vprašujemo, kakšne so posledice okvare.

FMEA skupi	ina: gasilni	aparat X-1050 FN	ΔEA	skup	ina						Datum (pripı	ava): 05.0	(3.02 (pregled):		0	1.05	02
Vodja skupi	ne:		≥	artin	M.								Stran:		1	٦ ק	0
nredmet	notoncialna	notencialni			potencialni vzrob/mohanizem		način kor	itrole		N	baraktivni	odaovornost in	izvodon				N
in funkcija	vrsta okvare	učinek okvare	S	С	okvare	0	preprečevanje	detekcija	D	ВЫ	ukrep	rok za izvedbo	ukrep	s	0	D	БР
cev	razpoke	ob aktiviranju se ne sproži	01		izpostavljenost visoki vročini ali mrazu med	ç	- uporaba izolacijskih materialov za		9	00E	uporaba cevi iz materiala, ki ni	Martin M. 01.04.02	zamenjava obstoječe cevi s cevjo iz	01	z	9	120
_							etransport pri transport pri kontroliranih pogojih				temperaturo		ni občutljiv na temperaturo				
	luknjice	nizek iztisni tlak	8		poškodba cevi med proizvodnjo	8	 - prepoved uporabe ostrih predmetov med proizvodnjo 		7	952	zaščita cevi s prevleko iz kevlarja	Marta L. 15.04.02	nakup zaščitne prevleke za cev	8	ç	7	091
	zamašitev	ni iztiskanja	01		tujek v cevi	9		 vhodna kontrola test cevi s komprimi- ranim zrakom 	٤	081				01	9	٤	081
ieklenka																1	
mehanizem ventila																	
indikator polnosti																	

Slika 6.9: FMEA izdelka/procesa.

019

Številka FMEA:

gasilni aparat X-1050

Predmet (izdelek/proces):

6.4.4 Ocena stopnje resnosti potencialnih učinkov okvar

Stopnja resnosti S je številčna vrednost med 1 in 10, ki jo pridružimo potencialni vrsti okvare glede na najhujši učinek. Ker ima lahko vsaka vrsta okvare različne učinke in lahko vsakemu učinku ustreza različna stopnja resnosti, je potrebno S pridružiti učinkom in ne vrstam okvar.

6.4.5 Ocena verjetnosti realizacije potencialnih vrst okvar

Verjetnost realizacije potencialnih vrst okvar O je številčna vrednost med 1 in 10, ki podaja verjetnost, da se bosta določena vrsta ali mehanizem okvare pojavila v življenjskem ciklu izdelka ali procesa. V fazi ocenjevanja skupina poskuša odgovoriti na različna vprašanja.

- Kakšna je frekvenca okvar podobnih komponent, ki so že na tržišču?
- Je obravnavana komponenta podobna predhodni generaciji komponent?
- Kolikšne spremembe so bile storjene ob prehodu s stare na novo generacijo?
- Gre za popolnoma drugačno ali celo popolnoma novo komponento?
- Je prišlo do spremembe pogojev uporabe in/ali pogojev okolja?
- Je bila izvedena statistična ocena verjetnosti realizacije okvar?

6.4.6 Ocena verjetnosti odkrivanja potencialnih vrst in/ali učinkov okvar

Verjetnost odkrivanja D je številčna vrednost med 1 in 10, ki podaja verjetnost odkrivanja vrst ali učinkov okvar.

6.4.7 Izračun indeksa kritičnosti potencialnih učinkov okvar

Indeks kritičnosti je definiran kot produkt stopnje resnosti S,verjetnosti realizacije Oin verjetnosti odkrivanja D

$$RPN = S \times O \times D \tag{6.19}$$

in se giblje med 1 in 1000. Ker v procesu ocenjevanja vrednosti S, O in D prihaja do razlik med člani skupine, je za dosego soglasja smiselno uporabiti eno od naslednjih tehnik

• glasovanje v skupini,

		stopnja resnosti S	verjetnost	realizacije O	verjetnost
ocena	opis	definicija	opis	frekvenca	odkrivanja D
10	ekstremna	okvara lahko privede do poškodbe uporabnika	zelo visoka:	≥ 100 na tisoč	skoraj nična
	brez opozorila	brez opozorila	okvara skoraj		
6	ekstremna	okvara povzroči neskladje z uradnimi predpisi	neizogibna	50 na tisoč	zelo neznatna
	z opozorilom	z opozorilom			
8	zelo visoka	izdelek je pokvarjen in izgubi svojo	visoka:	20 na tisoč	neznatna
		prvotno funkcijo	ponavljajoča		
7	visoka	okvara povzroči visoko stopnjo nezadovoljstva	se okvara	10 na tisoč	zelo majhna
		pri uporabniku			
9	srednja	okvara poslabša delovanje sestava ali komponente	srednja:	5 na tisoč	majhna
			občasna		
5	majhna	okvara povzroči tolikšno izgubo performans,	okvara	2 na tisoč	srednja
		da se uporabnik pritožuje			
4	zelo majhna	okvaro je mogoče preseči s prilagajanjem uporabnika		1 na tisoč	srednje visoka
		izdelku ali procesu, vpliv na performanse je neznaten			
ε	neznatna	okvara predstavlja neznatno motnjo za uporabnika,	nizka:	0.5 na tisoč	visoka
		vpliva na performanse izdelka ali procesa ni	sorazmerno		
2	zelo neznatna	okvara ni takoj očitna in ima le neznaten učinek na	redka	0.1 na tisoč	zelo visoka
		izdelek ali proces	okvara		
1	skoraj nična	učinek okvare ni opazen	neznatna:	≤ 0.01 na tisoč	skoraj 100%

Tabela 6.4: Priporočene ocene za stopnjo resnosti, verjetnost realizacije in verjetnost odkrivanja.

- vključitev eksperta,
- preložitev odločitve na enega od članov skupine,
- razvrščanje okvar in/ali učinkov po velikosti glede na S, O ali D,
- podaljšano razpravo ali
- izglasovanje višje ocene.

6.4.8 Določitev kritičnih potencialnih vrst okvar

Potencialne vrste okvar razvrščamo glede na indeks kritičnosti po velikosti od najvišje do najnižje vrednosti. Izbrati je potrebno mejno vrednost indeksa kritičnosti.

6.4.9 Izvedba korektivnih ukrepov

V fazi izvedbe korektivnih ukrepov poskušamo potencialne vrste okvar z visokim RPN ali S omiliti oziroma odpraviti. V nadaljevanju so našteti ukrepi, ki lahko prispevajo k znižanju indeksa kritičnosti.

- SUporaba osebnih zaščitnih sredstev (čelada, zaščitna očala, zaščitne rokavice). Varnostna stikala. Uporaba materialov kot npr. varnostno steklo, ki ob odpovedi ne povzroča tako hudih poškodb.
- O Dvig indeksa zmogljivosti procesa C_{pk} z uporabo metod načrtovanja preskusov in/ali modifikacij opreme. Proces nenehnih izboljšav. Uporaba mehanizmov, ki jih je potrebno aktivirati, da bi izdelek ali proces deloval (vrtna kosilnica ima vzvod, ki ga je potrebno med obratovanjem stalno stiskati).
- DStatistična kontrola procesa. Uporaba redno kalibriranih merilnih naprav. Preventivno vzdrževanje kot sredstvo za pravočasno odkrivanje potencialnih okvar. Uporaba kodiranja (barve in oblike), ki uporabnika obvešča o tem kaj je prav in kaj ne.

6.4.10 Ponoven izračun indeksa kritičnosti potencialnih učinkov okvar

6.5 Analiza varnosti in drevesa okvar

Zanesljivost in varnost sta tesno povezani. Varnost je stanje izdelka, ki ne privede do poškodb, poklicnih bolezni ali izgube življenja ljudi, resnih okvar opreme in škodljivih posledic za okolje (MIL-STD-882). Analizo varnosti izvajamo predvsem v primerih, kjer bi lahko določena vrsta okvare privedla do katastrofalnih posledic za človeka ali okolje.

6.5.1 Analiza drevesa okvar





Analiza drevesa okvar FTA je grafična metoda odkrivanja potencialnih, z vidika varnosti kritičnih okvar. Poteka od zgoraj navzdol in vključuje štiri osnovne korake

- definicijo izdelka, njegovih meja in zgornjega dogodka,
- konstrukcijo drevesa okvar,
- kvalitativno oceno kombinacij dogodkov, ki privedejo do zgornjega dogodka in
- kvantitativno oceno verjetnosti realizacije zgornjega dogodka.



Slika 6.11: Shema alarmne naprave.

Ločimo primarne in sekundarne okvare ter napake povelja. Okvare je mogoče deliti tudi na aktivne in pasivne.

Zgornji dogodek T je mogoče izraziti kot funkcijo osnovnih in nepopolnih dogodkov

$$T = A \cup B \cup C \cup D$$

= $(E \cap F) \cup (G \cap H) \cup C \cup D$
= $(E \cap F) \cup ((I \cup J \cup K) \cap H) \cup C \cup D$ (6.20)



Slika 6.12: Analiza drevesa okvar za primer alarmne naprave.



Slika 6.13: Ekvivalentno drevo minimalnih rezov.



Slika 6.14: Drevo okvar in ekvivalentno drevo okvar.

ite	racija	(a)	ite	racija			(b)
1	2	3	1	2	3	4	5
Α	E,F	E,F	Α	А	А	А	Α
В	G,H	I,H	В	C,D	E,D	E,E	Е
С	С	J,H			F,D	E,A	
D	D	K,H				F,E	
		С				F,A	
		D					

Slika 6.15: Minimalni rezi Slika 6.12 (a) in Slika 6.14 (b).

6.5.2 Minimalni rezi

Minimalni rez je minimalna množica osnovnih dogodkov, ki povzročijo zgornji dogodek. Če je M_i *i*ti minimalni rez, lahko zgornji dogodek T izrazimo z unijo vseh k minimalnih rezov

$$T = M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_k \tag{6.21}$$

kjer velja $M_i = E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_{ni}.$
 E_i označuje osnovni dogodek.

6.5.3 Kvantitativna analiza

V okviru kvantitativne analize ocenimo verjetnost realizacije zgornjega dogodka pri pogoju, da so verjetnosti realizacij osnovnih in nepopolnih dogodkov znane. V pomoč pri analizi je ekvivalentno drevo minimalnih rezov, saj velja

$$P(T) = P(M_1 \cup M_2 \cup \dots \cup M_k) \tag{6.22}$$

Če predstavljajo minimalni rezi nepovezane dogodke, je

$$P(T) = P(M_1) + P(M_2) + \dots + P(M_k)$$
(6.23)

Če so osnovni dogodki E_i statistično neodvisni, pa je

$$P(M_i) = P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_{ni}) = P(E_1)P(E_2) \cdots P(E_{ni})$$
(6.24)

Ker so verjetnosti $P(M_i)$ majhne, daje enačba (6.23) zadovoljive rezultate tudi v primeru povezanih dogodkov.

Poglavje 7

Vzdrževalnost

Razlikujemo

- kurativno,
- preventivno in
- napovedano vzdrževanje.

7.1 Analiza časa nedelovanja



Slika 7.1: Razčlenitev časa nedelovanja.

Zakasnitev logistične podpore vključuje

• čas čakanja na rezervne dele,

- začetni administrativni čas,
- začetni proizvodni ali nabavni čas,
- čas popravila komponent in
- transportni čas.

Zakasnitev vzdrževanja vključuje

- čas čakanja na vzdrževalne resurse,
- čas čakanja na ostale pripomočke oziroma objekte,
- administrativni čas in
- transportni čas.

K vzdrževalnim resursom prištevamo

- osebje,
- testno in podporno opremo,
- orodja,
- priročnike in druge tehnične podatke ter
- ostale pripomočke oziroma objekte.

7.2 Porazdelitvena funkcija popravil

Naj bo čas popravila Tzvezna naključna spremenljivka z gostoto porazdelitve verjetnostih(t)in kumulativno funkcijo popravil

$$\Pr\{T < t\} = H(t) = \int_0^t h(t)dt$$
(7.1)

Srednji čas popravil izhaja iz

MTTR =
$$\int_0^\infty th(t)dt = \int_0^\infty (1 - H(t))dt$$
 (7.2)

varianca pa iz

$$\sigma^2 = \int_0^\infty (t - \text{MTTR})^2 h(t) dt$$
(7.3)

Če je porazdelitvena funkcija popravil eksponentna s $h(t) = re^{-rt}$ in je intenzivnost popravil r = 1/MTTR, velja

$$H(t) = \int_{0}^{t} \frac{e^{-t/\text{MTTR}}}{\text{MTTR}} dt = 1 - e^{-t/\text{MTTR}}$$
(7.4)

Za popis raztrosa časov popravil pogosto uporabljamo tudi lognormalno porazdelitveno funkcijo

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}ts} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\ln(t/t_{\rm med}))^2}{s^2}\right\}$$
(7.5)

kjer sta $t_{\rm med}$ medialni čas popravil in s parameter oblike. Verjetnost, da bo popravilo opravljeno do trenutka t,je

$$\Pr\{T < t\} = H(t) = \Phi\left(\frac{1}{s}\ln\frac{t}{t_{\text{med}}}\right)$$
(7.6)

Srednji čas popravil določa enačba

$$MTTR = t_{med} e^{s^2/2}$$
(7.7)

7.3 Čas popravila

Naj bo MTTR_i srednji čas popravilite komponente, $m_{\mathrm{um}i}$ pričakovano število nenačrtovanih popravil ter q_i število komponent vrstei. Srednji čas popravil izdelka lahko izrazimo kot utežno vsoto

$$MTTR_{s} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i} m_{umi} MTTR_{i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i} m_{umi}}$$
(7.8)

Pričakovano število nenačrtovanih popravilite komponente je

$$m_{\text{um}i} = \begin{cases} \frac{t_{oi}}{\text{MTBF}_i} & \text{obnovljivi procesi} \\ \int_0^{t_{oi}} \rho_i(t) dt & \text{procesi minimalnih popravil} \end{cases}$$

Paralelna vezava enakih komponent k od n! Popravilo lahko izvedemo na različne načine

- popravilo komponente takoj po okvari,
- popravilo ene komponente po odpovedi n k + 1 komponent,
- popravilo ene komponent ob sočasnem vzdrževanju vseh komponent po odpovedin-k+1 komponent in
- popravilo vseh komponent ob sočasnem vzdrževanju vseh komponent po odpovedin-k+1 komponent.

7.4 Zanesljivost in preventivno vzdrževanje

Zanesljivost v prvem in drugem intervalu podajata enačbi

$$\begin{split} R_{\rm pm}(t) &= R(t) & \text{za } 0 \leq t < T_{\rm pm} \\ R_{\rm pm}(t) &= R(T_{\rm pm}) R(t-T_{\rm pm}) & \text{za } T_{\rm pm} \leq t < 2T_{\rm pm} \end{split}$$

Z $R(T_{\rm pm})$ označimo verjetnost preživetja do prvega preventivnega vzdrževanja, z $R(t-T_{\rm pm})$ pa verjetnost preživetja v naslednjem intervalu $t-T_{\rm pm}$, če je bila komponenta v trenutku $T_{\rm pm}$ obnovljena v stanje 'kot nov'. Splošno velja



Slika 7.2: Vpliv preventivnega vzdrževanja na zanesljivost (naraščajoča intenzivnost okvar).

$$R_{\rm pm}(t) = R^i(T_{\rm pm})R(t - iT_{\rm pm})$$
 za $iT_{\rm pm} \le t < (i+1)T_{\rm pm}$ (7.9)

kjer je $R^i(T_{\rm pm})$ verjetnost preživetja do *i*tega preventivnega vzdrževanja in $R(t - iT_{\rm pm})$ verjetnost delovanja brez okvar v intervalu $t - iT_{\rm pm}$. Izpeljimo še srednji čas med okvarami

$$\begin{split} \text{MTBF} &= \int_{0}^{\infty} R_{\text{pm}}(t) dt = \sum_{i=0}^{\infty} \int_{iT_{\text{pm}}}^{(i+1)T_{\text{pm}}} R_{\text{pm}}(t) dt \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} R^{i}(T_{\text{pm}}) \int_{iT_{\text{pm}}}^{(i+1)T_{\text{pm}}} R(t - iT_{\text{pm}}) dt \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} R^{i}(T_{\text{pm}}) \int_{0}^{T_{\text{pm}}} R(t) dt \\ &= \frac{\int_{0}^{T_{\text{pm}}} R(t) dt}{1 - R(T_{\text{pm}})} \end{split}$$

V nekaterih primerih je potrebno upoštevati tudi verjetnost p, da se okvara pojavi med procesom popravila. Zanesljivost poivzdrževalnih posegih z upoštevanjem verjetnosti p je

$$R_{\rm pm}(t) = R^i (T_{\rm pm}) (1-p)^i R(t-iT_{\rm pm})$$
 za $iT_{\rm pm} \le t < (i+1)T_{\rm pm}$



Slika 7.3: Vpliv preventivnega vzdrževanja na zanesljivost (padajoča intenzivnost okvar).

7.5 Naključni točkovni procesi



Slika 7.4: Primer časovne slike stanj komponente.

Relacije med posameznimi naključnimi spremenljivkami podajajo enačbe

$$Y_i = X_i + S_i = T_i - T_{i-1}$$
 $T_i = \sum_{j=1}^i Y_j$ (7.10)
Zapišimo še pričakovane vrednosti časov delovanj in nedelovanj

$$E[X_i] = \text{MTBF} \quad E[S_i] = \text{MTR} \tag{7.11}$$

7.5.1 Obnovitveni proces

Če je $S_i \approx 0$, predstavlja naključna spremenljivka X_i čas delovanja medi-1 in ito okvaro, naključna spremenljivka T_i pa čas delovanja doite okvare. Če so naključne spremenljivke X_i statistično neodvisne in jim pripada enaka gostota porazdelitve verjetnosti okvarf(t), porazdelitve verjetnosti časov delovanj T_i za $i \to \infty$ konvergira k normalni gostoti porazdelitve verjetnosti

$$f_i(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i}} \exp\left\{-\frac{(t-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right\}$$
(7.12)

s srednjo vrednostjo

$$\mu_i = E[T_i] = \sum_{j=1}^{i} E[X_j] = iE[X_i] = i\text{MTBF}$$
(7.13)

in varianco

$$\sigma_i^2 = E[(T_i - i\text{MTBF})^2] = E[(\sum_{j=1}^i (X_j - \text{MTBF}))^2)] = \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i E[(X_j - \text{MTBF})(X_k - \text{MTBF})] = \sum_{j=1}^i E[(X_j - \text{MTBF})^2] = i\sigma^2$$
(7.14)

saj je

$$E[(X_j - \text{MTBF})(X_k - \text{MTBF})] = 0 \quad j \neq k$$

Naključni točkovni proces lahko izrazimo tudi s številom okvar v intervalu [0, t]. Naj bo N(t) diskretna naključna spremenljivka, ki podaja kumulativno število okvar v intervalu [0, t]. Odtod sledi

$$Pr\{N(t) = 0\} = Pr\{T_{1} > t\}$$

$$Pr\{N(t) = i\} = Pr\{T_{i} \le t < T_{i+1}\}$$

$$= Pr\{T_{i} \le t\} - Pr\{T_{i+1} \le t\}$$

$$= F_{i}(t) - F_{i+1}(t)$$
(7.15)

kjer je kumulativna funkcija okvar

$$F_0(t) = \begin{cases} 0 & \text{za } t \leq 0 \\ 1 & \text{za } t > 0 \end{cases}$$

oziroma

$$F_i(t) = \int_0^t F_{i-1}(t-u)f(u)du \quad i = 1, 2, \dots$$

Homogeni Poissonov proces

Če je

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \tag{7.16}$$

z intenzivnostjo okvar $\lambda=1/\mathrm{MTBF},$ velja

$$\begin{split} F_0(t) &= 1\\ F_1(t) &= 1 - e^{-\lambda t}\\ F_2(t) &= 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t}\\ F_3(t) &= 1 - e^{-\lambda t} - \lambda t e^{-\lambda t} - \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t} \end{split}$$

sestavimo splošen obrazec za kumulativno funkcijo okvar

$$F_i(t) = 1 - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{(\lambda t)^j}{j!} e^{-\lambda t} \quad i = 0, 1, \dots$$
(7.17)

Odtod sledi

$$\Pr\{N(t) = i\} = \sum_{j=0}^{i} \frac{(\lambda t)^{j}}{j!} e^{-\lambda t} - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{(\lambda t)^{j}}{j!} e^{-\lambda t} = \frac{(\lambda t)^{i}}{i!} e^{-\lambda t}$$
(7.18)

Obnovitvena funkcija

Obnovitvena funkcija podaja pričakovano število okvar v trenutku t

$$m(t) = \sum_{i=1}^{\infty} i \Pr\{N(t) = i\}$$
(7.19)

Če v enačbi $\Pr\{N(t)=i\}$ nadomestimo z $F_i(t)-F_{i+1}(t),$ dobimo

$$m(t) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i(t)$$
 (7.20)

7.5.2 Proces minimalnih popravil

Staranje izdelka lahko obravnavamo kot naključni točkovni proces in ga popišemo s funkcijo intenzivnosti

$$\rho(t) = \frac{dE[N(t)]}{dt} \tag{7.21}$$

Funkcija intenzivnosti in obnovitvena funkcija sta povezani, saj velja

$$m(t) = E[N(t)] = \int_0^t \rho(t)dt$$
(7.22)

7.5.3 Remont

Če je gostota porazdelitve verjetnosti okvarf(t)izdelka znana, je pričakovana perioda remonta

$$\begin{split} E[T_{\rm ov}] &= R(T_{\rm pm})E[t|t \geq T_{\rm pm}] + F(T_{\rm pm})E[t|t < T_{\rm pm}] \\ &= R(T_{\rm pm})T_{\rm pm} + F(T_{\rm pm})\int_0^\infty tf(t|t < T_{\rm pm})dt \end{split}$$

Ker iz Bayesovega teorema sledi

$$f(t|t < T_{\rm pm}) = \begin{cases} 0 & \text{za } t \ge T_{\rm pm} \\ \frac{f(t)}{F(T_{\rm pm})} & \text{za } t < T_{\rm pm} \end{cases}$$

lahko končno pišemo

$$E[T_{\rm ov}] = R(T_{\rm pm})T_{\rm pm} + \int_0^{T_{\rm pm}} tf(t)dt = \int_0^{T_{\rm pm}} R(t)dt$$
(7.23)

Izračun pričakovane periode remonta za primer eksponentne gostote porazdelitve verjetnosti okvar

$$E[T_{\rm ov}] = \int_0^{T_{\rm pm}} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda T_{\rm pm}})$$

z $\lambda=0.00001h^{-1}$ in periodo remonta $T_{\rm pm}=10000{\rm h}$ prikazuje Slika 7.5.



Slika 7.5: Primer izračuna pričakovane periode remonta.

Poglavje 8

Vrednotenje na vzdrževalnost



Slika 8.1: Proces vrednotenja na vzdrževalnost.

8.1 Cilji vzdrževalnosti

Razlikujemo več kvantitativnih kazalcev vzdrževalnosti

- srednji čas popravil MTTR in standardna deviacija popravil σ ,
- medialni čas popravil $t_{\rm med},$
- čas $t_{25\%}$ in/ali $t_{75\%},$ ki ustreza 25% oziroma 75% verjetnosti izvedbe popravil,

• maksimalni čas t_p popravil,

$$\Pr\{T < t_p\} = H(t_p) < p \tag{8.1}$$

• razširjeni srednji čas popravil M,

$$M = \frac{m_{\rm um}(t_{\rm o}) \mathrm{MTTR} + m_{\rm pm}(t_{\rm o}) \mathrm{MPMT}}{m_{\rm um}(t_{\rm o}) + m_{\rm pm}(t_{\rm o})}$$
(8.2)

• srednji čas nedelovanj MTR in

$$MTR = SDT + MDT + MTTR$$
(8.3)

• število vzdrževalnih ur na obratovalno uro MH/OH.

$$\frac{\mathrm{MH}}{\mathrm{OH}} = \frac{m_{\mathrm{um}}(t)\mathrm{MTTRCREW}_{\mathrm{um}}}{t}$$
(8.4)

Če v izračunu MH/OH upoštevamo tudi pričakovano število preventivnih vzdrževanj, dobimo

$$\frac{\mathrm{MH}}{\mathrm{OH}} = \frac{m_{\mathrm{um}}(t)\mathrm{MTTRCREW}_{\mathrm{um}} + m_{\mathrm{pm}}(t)\mathrm{MPMTCREW}_{\mathrm{pm}}}{t}$$

Poleg kvantitativnih kazalcev vzdrževalnosti je potrebno za kompleksne izdelke

- izbrati vrsto vzdrževanja za vsako komponento (popravilo ali zamenjava),
- izdelati program preventivnih vzdrževanj,
- izbrati nivo vzdrževanja za vsako vrsto okvare in komponento (lokalen, v servisu, pri proizvajalcu),
- določiti potrebne vzdrževalne resurse za vsako vrsto vzdrževanja in
- predvideti število vzdrževalnih kanalov, redundantnih komponent in rezervnih delov.

Ločimo tri vrste komponent

- popravljivo,
- delno popravljivo in
- nepopravljivo

ter tri nivoje vzdrževanja

vzdrževalnost	vzdrževalnost
primarni nivo	sekundarni nivo
 zanesljivost 	 vzdrževalni resursi
 nivo vzdrževanja 	 sekundarni vplivi
 izolacija okvar 	 preventivno vzdrževanje
- diagnostika	- stroški življenjskega cikla
 standardizacija 	 ostali pripomočki
- izmenljivost delov	oziroma objekti
- modularnost	 organizacija vzdrževanja
 dostopnost 	- usposabljanje
- popravilo ali	 nivo usposobljenosti
zamenjava	- število rezervnih delov

Tabela 8.1: Primarni in sekundarni dejavniki vzdrževalnosti.

- lokalni nivo,
- srednji nivo in
- najvišji nivo.

V procesu ugotavljanja primernega nivoja vzdrževalnosti izhajamo iz stroškov. Ob upoštevanju

$$m_{\rm um}(t) = \begin{cases} \frac{t}{\rm MTBF} & \text{obnovljivi procesi} \\ \int_0^t \rho(t) dt & \text{procesi minimalnih popravil} \end{cases}$$

podaja zvezo med stroški zanesljivosti in vzdrževalnosti enačba

$$C = C_{\rm u} + m_{\rm um}(t_{\rm o})(F_{\rm f} + C_{\rm f} \text{MTTR})$$

$$(8.5)$$

8.2 Alokacija vzdrževalnosti po komponentah

Predpostavimo, da je ciljna vzdrževalnost na nivoju izdelka definirana z MTTR_s^{*} in da enačba (7.8) predstavlja osnovo za alokacijo srednjih časov popravil MTTR_i komponent. Ker je MTTR_s^{*} utežna vsota MTTR_i z utežmi

$$w_i = \frac{q_i m_{\text{um}i}}{\sum_{i=1}^n q_i m_{\text{um}i}}$$

ki predstavljajo relativno število popravil komponent, lahko izvedemo alokacijo vzdrževalnosti

$$MTTR_i = \frac{MTTR_s^*}{nw_i} \quad i = 1, \dots, n$$
(8.6)

Alternativa enačbi (8.6) je $MTTR_i = MTTR_s^*$ za vse komponente. S pomočjo enačbe (7.8) lahko v praksi izračunamo vrednosti $MTTR_i$ tudi s poskušanjem.

8.3 Metode vrednotenja

8.3.1 Izolacija okvar in diagnostika

Diagnostika je definirana kot proces lokacije okvar na nivoju, ki omogoča obnovo izdelka v stanje delovanja. Ločimo več oblik diagnostike

- manualna,
- avtomatična,
- samodiagnostika. Zmogljivost avtomatske detekcije okvar AFIC je definirana kot

 $\label{eq:AFIC} \mathrm{AFIC} = \underbrace{\underbrace{\overset{\mathrm{stevilo}\ detektiranih\ okvar}}_{\mathrm{verjetnost\ detekcije\ okvar}} \underbrace{\overset{\mathrm{stevilo}\ izoliranih\ okvar}_{\mathrm{verjetnost\ izolacije\ okvar}} \underbrace{\overset{\mathrm{stevilo}\ izoliranih\ okvar}_{\mathrm{verjetnost\ izolacije\ okvar}}$

Druga cenilka BITE je stopnja lažnih alarmov

 $FAR = \frac{\text{število detektiranih okvar} - \text{število pravih okvar}}{\text{število detektiranih okvar}}$

Stopnja lažnih odstranitev FRR

 ${\rm FRR} = \frac{{\rm \check{s}tevilo~odstranitev,~ki~se~pozneje~izkažejo~za~nepotrebne}}{{\rm \check{s}tevilo~vseh~odstranjenih~komponent}}$

8.3.2 Standardizacija in izmenljivost delov

8.3.3 Modularnost in dostopnost

Izdelek je sestavljen iz primarnih enot, imenovanih tudi LRU (line replaceable unit) in sekundarnih enot SRU (shop replaceable unit). Enota LRU predstavlja najvišji nivo modularnosti, ki se dalje deli na SRU module. SRU moduli so lahko spet sestavljeni iz SRU modulov na nižjem nivoju. Na najnižjem nivoju so elementi (vijaki, kovice, upori, tranzistorji).

Vrednotenje na dostopnost obravnava konfiguracijo izdelka od najvišjega nivoja do komponent, ki se neposredno menjajo.

8.3.4 Popravilo ali zamenjava

Ekonomski kazalci, ki vplivajo na odločitev za popravilo ali zamenjavo. Naj bo $m_{\rm um}(t_{\rm o})$ pričakovano število nenačrtovanih popravil v intervalu [0, $t_{\rm o}$], $C_{\rm u}$ zaključni stroški na enoto, $F_{\rm f,r}$ fiksni stroški popravila, $F_{\rm f,d}$ fiksni stroški zamenjave, $C_{\rm f,r}$ variabilni stroški



Slika 8.2: Nivojska razčlenitev izdelka.



Slika 8.3: Popravilo ali zamenjava za primer $F_{\rm f,d} < F_{\rm f,r}$ in $C_{\rm f,d} < C_{\rm f,r}.$

popravila na enoto, $C_{\rm f,d}$ variabilni stroški zamenjave na enoto inkdelež okvar, ki jih ni mogoče popraviti (0 $\leq k < 1$). Od tod sledi

stroški popravil =
$$F_{\rm f,r} + (C_{\rm f,r}(1-k) + C_{\rm u}k)m_{\rm um}(t_{\rm o})$$

stroški zamenjav = $F_{\rm f,d} + (C_{\rm f,d} + C_{\rm u})m_{\rm um}(t_{\rm o})$

$$(8.7)$$

Če je izpolnjena neenačba

$$F_{\mathrm{f,d}} + (C_{\mathrm{f,d}} + C_{\mathrm{u}})m_{\mathrm{um}}(t_{\mathrm{o}}) \leq F_{\mathrm{f,r}} + (C_{\mathrm{f,r}}(1-k) + C_{\mathrm{u}}k)m_{\mathrm{um}}(t_{\mathrm{o}})$$

se odločimo za zamenjavo. Izrazimo še $C_{\rm u}$ kot funkcijo $m_{\rm um}(t_{\rm o})$

$$C_{\rm u} \le \frac{F_{\rm f,r} - F_{\rm f,d}}{m_{\rm um}(t_{\rm o})(1-k)} + \frac{C_{\rm f,r}(1-k) - C_{\rm f,d}}{1-k} \tag{8.8}$$

Model zamenjave



Slika 8.4: Stroški popravil na enoto časa z
a $C_{\rm u}+F_{\rm o}=21.000$ EUR, $C_{\rm o}=5$ EUR,
 $F_{\rm f}+C_{\rm f}{\rm MTTR}=500$ EUR, $a=1\times10^{-6}$ in
 b=2.3.

Če zanemarimo podporne stroške, neto preostalo vrednost in obresti, je funkcija stroškov

$$C(t) = C_{\rm u} + F_{\rm o} + C_{\rm o}t + (F_{\rm f} + C_{\rm f} {\rm MTTR}) \int_0^t \rho(t) dt$$
(8.9)

Če predpostavimo, da funkcija intenzivnosti ustreza potenčnemu zakonu $\rho(t)=abt^{b-1},$ lahko izrazimo še stroške C(t)na enoto časa t

$$C = \frac{C(t)}{t} = \frac{C_{\rm u} + F_{\rm o}}{t} + C_{\rm o} + at^{b-1}(F_{\rm f} + C_{\rm f}\text{MTTR})$$
(8.10)

Minimum funkcije C poiščemo tako, da enačbo (8.10) odvajamo po t

$$\frac{dC}{dt} = -\frac{C_{\rm u} + F_{\rm o}}{t^2} + a(b-1)t^{b-2}(F_{\rm f} + C_{\rm f}\text{MTTR}) = 0$$
(8.11)

Rešitev enačbe (8.11) je optimalni čas zamenjave

$$t = \left(\frac{C_{\rm u} + F_{\rm o}}{a(b-1)(F_{\rm f} + C_{\rm f}{\rm MTTR})}\right)^{1/b}$$
(8.12)

8.3.5 Proaktivno vzdrževanje

Preventivno vzdrževanje

Perioda preventivnih vzdrževanj $T_{\rm pm}$ se določa na osnovi stroškovne analize, ki temelji na iskanju optimuma med stroški nenačrtovanih popravil $C_{\rm um}$ in stroški preventivnih vzdrževanj $C_{\rm pm}$. Če je pričakovano število okvar med dvema zaporednima vzdrževanjema

$$E[N(t)] = \int_0^{T_{\rm pm}} \rho(t) dt$$

so pričakovani stroški nenačrtovanih popravil na enoto časa

$$\frac{C_{\rm um}}{T_{\rm pm}}\int_0^{T_{\rm pm}}\rho(t)dt$$

Stroški nenačrtovanih in načrtovanih popravil na enoto časa so tedaj

$$C(T_{\rm pm}) = \frac{C_{\rm pm}}{T_{\rm pm}} + \frac{C_{\rm um}}{T_{\rm pm}} \int_0^{T_{\rm pm}} \rho(t) dt$$
(8.13)

Nadomestimo najprej funkcijo intenzivnosti $\rho(t)$ z abt^{b-1} in razrešimo integral

$$C(T_{\rm pm}) = \frac{C_{\rm pm}}{T_{\rm pm}} + aT_{\rm pm}^{b-1}C_{\rm um}$$
(8.14)

Perioda $T_{\rm pm},$ ki sovpada z minimumom funkcije $C(T_{\rm pm}),$ ustreza optimalni periodi preventivnih vzdrževanj. Od tod sledi

$$\frac{dC(T_{\rm pm})}{dT_{\rm pm}} = -\frac{C_{\rm pm}}{T_{\rm pm}^2} + a(b-1)T_{\rm pm}^{b-2}C_{\rm um} = 0$$
(8.15)

in

$$T_{\rm pm} = \left(\frac{C_{\rm pm}}{a(b-1)C_{\rm um}}\right)^{1/b}$$
 (8.16)

Konstanta b mora biti večja od 1, sicer enačba (8.14) nima minimuma.

Napovedano vzdrževanje



obratovalni čas

Slika 8.5: Merjenje deleža nečistoč v olju.

8.4 Sekundarni vplivi

Zanesljivost človeka je definirana kot

$$R_{\rm h} = 1 - \frac{e}{n}$$

kjer sta n število opravljenih nalog in e število neuspešno opravljenih nalog.

8.5 Vzdrževalnost in oskrba z rezervnimi deli

8.5.1 Proces rojstev in smrti in zakasnitev vzdrževanja



Slika 8.6: Diagram prehodov za proces rojstev in smrti.

Na osnovi diagrama stanj lahko zapišemo sistem diferencialnih enačb

$$\begin{split} P_0'(t) &= r_1 P_1(t) - \lambda_0 P_0(t) \\ P_i'(t) &= \lambda_{i-1} P_{i-1}(t) + r_{i+1} P_{i+1}(t) - (\lambda_i + r_i) P_i(t) \quad i = 1, 2, ... \end{split}$$

Ko $t\to\infty,\,dP_i/dt\to0$ in $P_i(t)\to P_i.$ Sistem navadnih diferencialnih enačb prvega reda tako preide v sistem linearnih enačb

$$0 = r_1 P_1 - \lambda_0 P_0$$

$$0 = \lambda_{i-1} P_{i-1} + r_{i+1} P_{i+1} - (\lambda_i + r_i) P_i \quad i = 1, 2, \dots$$

Iz prve, druge in tretje enačbe sledi

$$P_1 = \frac{\lambda_0}{r_1} P_0, P_2 = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{r_1 r_2} P_0 \text{ in } P_3 = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2}{r_1 r_2 r_3} P_0$$

Ker se obrazec ponavlja, velja

$$P_i = C_i P_0 = \prod_{j=1}^i \frac{\lambda_{j-1}}{r_j} P_0 \quad i = 1, 2, \dots$$
(8.17)

Če je skupno število enakih komponent v obratovanju n in če obstaja s redundantnih komponent, je število možnih stanj enako n + s + 1. Ker je verjetnost gotovega dogodka $\sum_{i=0}^{n+s} P_i = 1$, je

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{n+s} C_i} \tag{8.18}$$

Izračunajmo še pričakovano število komponent v nedelovanju

$$L_{\rm r} = \sum_{i=1}^{n+s} i P_i \tag{8.19}$$

in v delovanju

$$L_{\rm o} = n \sum_{i=0}^{s} P_i + \sum_{i=s+1}^{n+s} (n+s-i)P_i$$
(8.20)

Intenzivnosti okvar komponente $\lambda = 1/MTBF$. Ob upoštevanju enačb (8.20) in

$$\lambda_i = \begin{cases} \lambda n & \text{za } i \leq s \\ \lambda(n+s-i) & \text{za } i > s \end{cases}$$
(8.21)

je pričakovana intenzivnost okvar

$$E[\lambda] = \sum_{i=0}^{n+s} \lambda_i P_i = \lambda n \sum_{i=0}^{s} P_i + \lambda \sum_{i=s+1}^{n+s} (n+s-i) P_i = \lambda L_o$$
(8.22)

Intenzivnost popravil r_i je funkcija stanja i in števila vzdrževalnih kanalov

$$r_i = \begin{cases} ri & \text{za } i \le k \\ rk & \text{za } i > k \end{cases}$$
(8.23)

Intenzivnost popravil komponent
e $r=1/(\mathrm{MTTR}+\mathrm{SDT}),$ srednji čas zakasnitve vzdrževanja pa določa enačba

$$MDT = \frac{L_{\rm r}}{E[\lambda]} - \frac{1}{r}$$
(8.24)

8.5.2 Zakasnitev logistične podpore

V nadaljevanju bomo analizirali še vpliv števila rezervnih delov p na srednji čas zakasnitve logistične podpore. Pričakovano število naročil je, izhajajoč iz procesa rojstev in smrti,

EBO =
$$\sum_{i=p+1}^{s+n} (i-p)P_i$$
 (8.25)

Izračun verjetnosti P_i je enak kot v Poglavju 8.5.1. Srednji čas zakasnitve logistične podpore na nivoju rezervnega dela je sedaj

$$SDT = \frac{EBO}{L_r} MTTR$$
 (8.26)

Ker so enačbe (8.19), (8.24) in (8.26) povezane, jih rešujemo iterativno.

Komponenta je sestavljena iz p različnih delov na nižjih nivojih, ki jih držimo na zalogi. Pričakovana zakasnitev logistične podpore na najvišjem nivoju SDT je torej funkcija vrste in števila rezervnih delov p_i . Izrazimo jo lahko kot utežno vsoto

$$SDT = \frac{\sum_{i=1}^{p} q_i E[\lambda_i] SDT_i}{\sum_{i=1}^{p} q_i E[\lambda_i]}$$
(8.27)

kjer je q_i število enakih delov, $E[\lambda_i]$ pričakovana intenzivnost okvar *i*tega dela, ocenjena po enačbi (8.22) in SDT_i pripadajoči srednji čas zakasnitve logistične podpore.

8.6 Napoved in demonstracija vzdrževalnosti

8.6.1 Napoved vzdrževalnosti

8.6.2 Demonstracija vzdrževalnosti

Če je n naključno izbrano skupno število simuliranih okvar in q_i število komponent vrste i, je $q_i \lambda_i n / \sum_{i=1}^n q_i \lambda_i$ število simuliranih okvar i
te vrste.

Nivo popravil: izdelek sestav število (bredmet vrsta okvare kompoi	spod 🗌 🔨	sestav 🔲 komp	onenta 🗌] podkomponer	ıta 🗌 elemen				Stran:	po
predmet vrsta okvare kompoi										
predmet vrsta okvare kompor										
predmet vrsta okvare kompoi					čas p	opravila				
) enakih onent q _i	intenzivnost okvar λ	čas dostopa	diagnostični čas	aktivni čas zamenjave	aktivni čas popravila	čas prilagajanja	čas preverjanja	MTTR	λ×q _i ×MTTR _i
modul 1 2	2									
A		0.121	0.20	0.50	0.05	2.15	0.00	0.03	2.93	0.71
B		0.023	0.30	0.60	0.10	0.00	0.08	0.45	1.53	0.07
C		0.008	0.30	1.00	0.08	0.33	0.05	0.00	1.76	0.03
D		0.210	0.20	0.40	0.00	1.10	0.21	0.12	2.03	0.85
Σ		0.362								1.66
modul 2	e,									
Е		0.301	0.31	0.80	0.30	0.00	0.20	0.30	1.91	1.72
Ц		0.076	0.11	09.0	0.00	1.33	0.05	0.20	2.29	0.52
D		0.045	0.05	0.75	0.00	1.50	0.00	0.20	2.50	0.34
Σ		0.422								2.58
Σ		0.784			V	4TTR = 4.24/(2)	2×0.362+3×0.42	2) = 2.13		4.24

Slika 8.7: Primer napovedi vzdrževalnosti z uporabo tabel.

8.6 Napoved in demonstracija vzdrževalnosti



Slika 8.8: Studentova gostota porazdelitve verjetnosti.



Slika 8.9: Normalna in binomska gostota porazdelitve verjetnosti za $n=106,\,\hat{p}=0.95$ in $n\hat{p}(1-\hat{p})=5.035.$

Naj bodo t_1,\ldots,t_n izmerjeni časi popravil ter

$$\mathbf{M}\hat{\mathbf{T}}\mathbf{T}\mathbf{R} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_{i} \text{ in } \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(t_{i} - \mathbf{M}\hat{\mathbf{T}}\mathbf{T}\mathbf{R})^{2}}$$

ocenjen srednji čas in standardna deviacija popravil. Iz centralnega limitnega teorema

sledi, da z naraščanjem n porazdelitev naključne spremenljivke MTTR konvergira k normalni porazdelitvi s srednjo vrednostjo $E[\mathrm{MTTR}] = \mathrm{MTTR}$ in standardno deviacijo $\sigma_{\mathrm{MTTR}} = \hat{\sigma}/\sqrt{n}$. Naključni spremenljivki

$$t = \frac{M\hat{T}TR - MTTR}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}}$$

približno ustreza Studentova porazdelitev
z $\nu=n-1$ prostostnimi stopnjami. Ker je gostota porazdelit
ve verjetnosti

$$f(t) = \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{\Gamma[\nu/2]\sqrt{\pi\nu(1+t^2/\nu)^{\nu+1}}}$$
(8.28)

simetrična glede na vrednost nič (Slika 8.8), velja

$$\Pr\{t < t_{\alpha,\nu}\} = \Pr\{t > -t_{\alpha,\nu}\} = 1 - \alpha$$

Od tod sledi

$$\Pr\{\mathrm{MTTR} < \mathrm{MTTR} + \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} t_{\alpha,n-1}\} = 1 - \alpha$$
(8.29)

Predpostavimo, da je ciljna vzdrževalnost definirana z MTTR^{*}. Če velja

$$M\hat{T}TR + \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} t_{\alpha,n-1} \le MTTR^*$$
(8.30)

lahko s stopnjo zaupanja 1 – α trdimo, da bo ciljni MTTR* dosežen.

Kadar je cilj vzdrževalnosti izražen s t_p , poiščemo spodnjo mejo zaupanja. Verjetnost, da bo do trenutka t_p realiziranih k popravil, izrazimo s $\hat{p}=k/n$. Ob upoštevanju DeMoivre-Laplaceovega teorema sledi

$$\Pr\{k > k_{\alpha}\} = \Pr\{k > n\hat{p} - z_{\alpha}\sqrt{n\hat{p}(1-\hat{p})}\} = 1 - \alpha$$

kjer normirani odklo
n z_α izhaja iz Laplaceove funkcije $\Phi(z_\alpha)=1-\alpha.$ Če je izpol
njena neenačba

$$\hat{p} - z_{\alpha} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \ge p^* \tag{8.31}$$

lahko s stopnjo zaupanja 1 – α sklepamo, da bo ciljni delež popravil p^* do trenutka t_{p^*} dosežen ali presežen.

Poglavje 9 Razpoložljivost

 $razpoložljivost = \frac{\check{c}as \ delovanja}{\check{c}as \ delovanja + \check{c}as \ nedelovanja}$ (9.1)

9.1 Koncept in definicije

Razpoložljivost je verjetnost, da bo komponenta v določenem trenutku ali v določenem časovnem intervalu pri določenih pogojih uporabe, pogojih okolja in pogojih vzdrževanja v stanju delovanja.

Povprečna razpoložljivost v intervalu [0, T]

$$A(T) = \frac{1}{T} \int_0^T A(t)dt \tag{9.2}$$

Posplošitev povprečne razpoložljivosti

$$A(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt$$
(9.3)

Stacionarna razpoložljivost

$$A = \lim_{t \to \infty} A(t) \tag{9.4}$$

9.1.1 Vgrajena razpoložljivost

Vgrajena razpoložljivost

$$A_{\rm i} = \lim_{t \to \infty} A(t) = \frac{\rm MTBF}{\rm MTBF + MTTR}$$
(9.5)

9.1.2 Dosežena razpoložljivost

Dosežena razpoložljivost $A_{\rm a}$ je definirana kot

$$A_{\rm a} = \frac{\rm MTBM}{\rm MTBM + M} \tag{9.6}$$

Srednji čas med popravili

$$MTBM = \frac{t_o}{m_{um}(t_o) + m_{pm}(t_o)}$$
(9.7)

Pričakovano število preventivnih vzdrževanj $m_{\rm pm}(t_{\rm o})$ za primer konstantne periode preventivnih vzdrževanj $T_{\rm pm}$ določa enačba

$$m_{\rm pm}(t_{\rm o}) = \frac{t_{\rm o}}{T_{\rm pm}}$$



Slika 9.1: Razpoložljivost in perioda preventivnih vzdrževanj.

9.1.3 Operativna razpoložljivost

$$A_{\rm o} = \frac{\rm MTBM}{\rm MTBM + M'} \tag{9.8}$$

M'izračunamo tako, da v enačbi (8.2) MTTR nadomestimo z MTR.

9.1.4 Posplošena operativna razpoložljivost

Naj bo

Če je v času RT intenzivnost okvar enaka nič, lahko zapišemo še enačbo za posplošeno operativno razpoložljivost

$$A_{\rm g} = \frac{\rm MTBM + RT}{\rm MTBM + RT + M'}$$
(9.9)

9.2 Eksponentni model razpoložljivosti



Slika 9.2: Blokovni diagram, tabela stanj in drevo prehodov za komponento z možnostjo popravil.

Verjetnosti, da se bo komponenta nahajala v enem od možnih stanj, dobimo z rešitvijo sistema enačb

$$\begin{bmatrix} P_1'(t) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & r \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \end{bmatrix}$$
(9.10)

S substitucijo $P_2(t) = 1 - P_1(t)$ prevedemo enačbo v linearno diferencialno enačbo prvega reda

$$P_1'(t) + (\lambda + r)P_1(t) = r$$

Integracijski faktor je $e^{(\lambda+r)t}$, splošni integral pa

$$P_1(t) = e^{-(\lambda+r)t} (\int r e^{(\lambda+r)t} dt + C)$$

Vrednost integracijske konstante Cdoločimo iz robnega pogoja $P_1(0)=1$

$$C = 1 - \frac{r}{\lambda + r} = \frac{\lambda}{\lambda + r}$$

Verjetnost, da se bo komponenta v trenutku t nahajala v stanju 1, je torej

$$P_1(t) = \frac{r}{\lambda + r} + \frac{\lambda}{\lambda + r} e^{-(\lambda + r)t}$$
(9.11)



Slika 9.3: Razpoložlji
vost komponente za primer $\lambda=0.01$ in r=0.02.

Ker je stanje 1 razpoložljivo, je trenutna razpoložljivost $A(t)=P_1(t).$ Povprečna razpoložljivost v intervalu $[t_1,t_2]$ je

$$A(t_1, t_2) = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (\frac{r}{\lambda + r} + \frac{\lambda}{\lambda + r} e^{-(\lambda + r)t}) dt$$

= $\frac{r}{\lambda + r} + \frac{\lambda}{(\lambda + r)^2 (t_2 - t_1)} (e^{-(\lambda + r)t_1} - e^{-(\lambda + r)t_2})$ (9.12)

V limiti $t \to \infty$ trenutna razpoložljivost konvergira k

$$A_{\rm i} = \frac{r}{\lambda + r} = \frac{\rm MTBF}{\rm MTBF + MTTR}$$
(9.13)

9.3 Razpoložljivost sestavljenih izdelkov

Medtem ko je razpoložljivost izdelka, sestavljenega iz nzaporedno vezanih komponent,

$$A_{\rm s}(t) = \prod_{i=1}^{n} A_i(t)$$
(9.14)

je razpoložljivost izdelka, sestavljenega iz n paralelno vezanih komponent,

$$A_{\rm s}(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - A_i(t))$$
(9.15)

9.3.1 Pasivne paralelne vezave



Slika 9.4: Blokovni diagram, tabela stanj in drevo prehodov za pasivno paralelno vezavo z možnostjo popravil.



Slika 9.5: Vektor stanj kot funkcija časa t.



Slika 9.6: Razpoložljivost pasivne paralelne vezave za primer $\lambda=0.04,~\lambda^-=0.01$ in r=0.04.



Slika 9.7: Vpliv intenzivnosti popravil na vektor stanj ${\bf P}.$

9.4 Kontrola in razpoložljivost



Slika 9.8: Funkcija razpoložljivosti $A(T_i)$ za primer $\lambda = 0.04$, MIT = 1 in MTTR = 5.

Pričakovani čas med dvema kontrolnima pregledoma je

$$T_{i} + MIT + MTTR(1 - R(T_{i}))$$

Za oceno razpoložljivosti potrebujemo še pričakovani čas do okvare. Ta lahko nastopi v intervalu $[0, T_i]$. Pričakovani čas do okvare je v tem primeru

$$E[t|T \le T_{\mathbf{i}}] = \int_0^\infty tf(t|T \le T_{\mathbf{i}})dt = \frac{\int_0^{T_{\mathbf{i}}} tf(t)dt}{F(T_{\mathbf{i}})}$$

Če okvara v omenjenem intervalu ne nastopi, ustreza pričakovani čas delovanja periodi kontrolnih pregledov. Skupni pričakovani čas delovanja

$$\int_{0}^{T_{\rm i}} tf(t)dt + R(T_{\rm i})T_{\rm i} = \int_{0}^{T_{\rm i}} R(t)dt$$

Kvocient obeh časov je stacionarna razpoložljivost

$$A(T_{\rm i}) = \frac{\int_0^{T_{\rm i}} R(t)dt}{T_{\rm i} + {\rm MIT} + {\rm MTTR}(1 - R(T_{\rm i}))}$$
(9.16)

Iščemo periodo kontrolnih pregledov $T_{\rm i},$ pri kateri bo razpoložljivost maksimalna.

9.5 Vrednotenje izdelka

$$MTTR = \frac{1 - A_i}{A_i} MTBF$$
(9.17)

9.5.1 Alokacija vzdrževalnosti

$$A_i = \sqrt[n]{A_s} \quad MTTR_i \leq \frac{1 - A_i}{A_i} MTBF_i$$